

**Introduction
aux effets d'échelle
sur la résistance
des structures**

Zdeněk P. Bažant

**Introduction
aux effets d'échelle
sur la résistance
des structures**

Zdeněk P Bažant

*traduit de l'anglais et adapté par
Bruno Zuber et Gilles Pijaudier-Cabot*

hermes
Science
—publications—

hermes

Lavoisier

© LAVOISIER, 2004

LAVOISIER
11, rue Lavoisier
75008 Paris

Serveur web : www.hermes-science.com

ISBN 2-7462-0904-7

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, d'une part, que les "copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective" et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, "toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite" (article L. 122-4). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Préambule	v
Préface de l'auteur	vii
A propos de l'auteur	ix
1 Introduction	1
1.1. Nature du problème	1
1.2. Eléments historiques	4
1.3. Développements plus récents dans le domaine des matériaux quasi-fragiles	7
1.4. Eléments de base de la théorie des effets d'échelle	10
1.5. Lois en puissance et absence de longueur interne	11
1.6. Transition entre plusieurs lois en puissance pour différentes échelles	14
1.7. Dédution à partir de l'analyse dimensionnelle	18
1.8. Stabilité des structures et effets d'échelle	20
2 Analyse asymptotique de l'effet d'échelle	23
2.1. Analyse asymptotique de l'effet d'échelle dans les structures contenant des entailles ou des grandes fissures	23
2.2. Loi d'effet d'échelle en énergie et raccordement asymptotique	27
2.3. Effet d'échelle analysé à l'aide du taux de restitution d'énergie en mécanique de la rupture	29
2.4. Analyse de l'effet d'échelle asymptotique par l'intégrale J	30
2.5. Identification des paramètres de rupture à partir de la loi d'effet d'échelle	32
2.6. Validation expérimentale et simulations numériques	36
2.7. Effet d'échelle à l'amorçage de la fissuration	41
2.8. Redistribution des contraintes causée par une bande de fissures	46

2.9. Effet du gradient des déformations sur la rupture à l'amorçage de la fissuration	48	6 Effet d'échelle dans les composites analysé par l'intégrale J	127
2.10. Loi d'effet d'échelle universelle	49	6.1. Analyse par l'intégrale J des bandes de fissures	127
2.11. Effet d'échelle asymptotique et diagramme d'interaction dans le cas de plusieurs charges	51	6.2. Calcul de l'intégrale J	132
2.12. Effet d'échelle pour de très petites structures	53	6.3. Rupture à l'amorçage de la bande cisaillement pour une éprouvette entaillée	135
3 Effets d'échelle statistiques et déterministes	57	6.4. Comparaisons avec des résultats expérimentaux	136
3.1. La théorie statistique de Weibull est-elle applicable aux structures quasi-fragiles ?	57	7 Effets temporels, fatigue et capacité d'absorption d'énergie	141
3.2. Théorie probabiliste non locale de l'effet d'échelle	62	7.1. Influence de la vitesse de chargement sur l'effet d'échelle	141
3.3. Formule énergétique-statistique pour l'effet d'échelle sur les ruptures à l'amorçage de la fissuration	66	7.2. Effet d'échelle en fatigue	144
3.4. Effet d'échelle déduit de l'intégrale J pour des fissures arbitrairement distribuées	71	7.3. Propagation d'onde et influence de la viscosité	146
3.5. La fractalité des surfaces de fissures est-elle la cause des effets d'échelle ?	73	7.4. Ductilité et capacité d'absorption d'énergie des structures	147
3.6. La fractalité lacunaire des microfissures est-elle la cause de l'effet d'échelle ?	76	8 Approches numériques de la rupture quasi-fragile et effet d'échelle	155
4 Effet d'échelle énergétique pour la glace de mer et les ossatures en béton	81	8.1. Analyse par valeurs propres via le modèle de fissure cohésive	155
4.1. Effet d'échelle sur la rupture de la glace de mer	81	8.2. Modèle microplan	157
4.2. Rotules adoucissantes dans les poutres et les plaques	85	8.3. Modèles d'endommagement capables de reproduire l'effet d'échelle	159
4.3. Effet d'échelle sur la rupture de poutres et plaques comportant des rotules adoucissantes	88	8.4. Approches simples et pratiques	160
4.4. Poutres mixtes acier-béton et effet d'échelle composé	93	8.5. La modélisation non locale et sa justification physique	161
4.5. Effet d'échelle et règles de calculs des ouvrages en béton	103	8.6. Contrôle de la localisation de l'endommagement	162
4.6. Calculs des ouvrages en négligeant la résistance en traction et effets d'échelle	108	8.7. Éléments discrets, treillis et arrangement aléatoire de particules	164
5 Effets d'échelle en compression. Application au béton, aux roches et aux composites	111	9 Effets d'échelle asymptotiques du modèle de fissure cohésive	167
5.1. Propagation d'une bande d'endommagement en compression	111	9.1. Version K de la méthode des pointes de fissures distribuées	169
5.2. Effet d'échelle dans les poteaux en béton armé	115	9.1.1. Cas 1. Géométrie positive avec entaille ou fissure initiale ($g_0 > 0, g'_0 > 0$)	174
5.3. Treillis bielles-tirants pour la rupture en cisaillement du béton armé	120	9.1.2. Cas 2. Rupture à l'amorçage de la fissuration ($g_0 = 0, g'_0 > 0$)	180
5.4. Effondrement de galeries souterraines creusées dans la roche	122	9.1.3. Cas 3. Transition entre les géométries positives et négatives ($g_0 > 0, g'_0 = 0, g''_0 > 0$)	182
5.5. Analyse asymptotique équivalente pour les fissures avec une contrainte de pontage résiduelle	123	9.1.4. Récapitulation	185
5.6. Application à la rupture en compression dans les composites à fibres longues	125	9.2. Asymptotes aux petites tailles du modèle de fissure cohésive	186
5.7. Effet de l'orthotropie du matériau	125	9.3. MELR non locale. Une approche simple de la fissuration cohésive et de son effet d'échelle	187
		9.4. Loi d'effet d'échelle pour un grand intervalle de tailles et son développement en série de Dirichlet	190
		10 Nanomécanique et effets d'échelle	195
		10.1. Modèles avec effet de gradient	196
		10.1.1. Loi de comportement de Fleck et Hutchinson	196
		10.1.2. Théories MSG et TNT de Gao et Huang	199

10.1.3. Théorie d'Acharya et Bassani	201
10.2. Comportement asymptotique	201
10.2.1. Analyse du modèle de Fleck et Hutchinson	202
10.2.2. Analyse des modèles MSG et TNT	205
10.2.3. Analyse du modèle d'Acharya et Bassani	210
10.3. Raccordement asymptotique	210
10.4. Conclusions	211
10.5. Résultats très récents	212
11 Perspectives	215
Bibliographie	217

Préambule

Jusqu'aux années 1980 environ, la plupart des effets d'échelle observés expérimentalement en mécanique du solide étaient attribués aux défauts initiaux dans les matériaux. En 1984, Bazant proposa une nouvelle théorie fondée sur le fait que la restitution d'énergie due à la propagation stable de grandes fissures ou de bandes de fissuration distribuée provoquait un effet d'échelle de transition entre ceux prédits par la mécanique de la rupture et par la résistance des matériaux. Le raisonnement initial était simple : entre ces deux effets d'échelle asymptotiques, il est possible de construire un raccordement à l'aide d'une formule impliquant deux constantes : la première est une grandeur caractéristique de la structure, la seconde a la dimension d'une contrainte et peut être reliée à la résistance du matériau.

Depuis, cette théorie a connu bien des raffinements. Cette loi a été vérifiée pour une grande catégorie de matériaux et de structures. Les liens avec les théories statistiques de la rupture — et les différences aussi — ont été élucidés. Une généralisation de la simple formule d'effet d'échelle a été proposée. Les effets d'échelle observés en compression et ceux impliqués dans les développements actuels en nanomécanique ont fait l'objet de nombreux travaux qui ont quelquefois permis de valider ou d'invalider les théories employées pour comprendre le fonctionnement des structures.

Les effets d'échelle et l'analyse dimensionnelle ont souvent été délaissés dans la formation des ingénieurs et des chercheurs en mécanique du solide. La comparaison avec la mécanique des fluides, qui abonde de paramètres caractérisant les types d'écoulements, est surprenante : combien y a-t-il de constantes comme le nombre de Reynolds en mécanique du solide. Pour quelle raison ? On peut avancer que le développement des moyens de calcul modernes permet d'envisager la simulation de structures de grande taille pour lesquelles une extrapolation était requise auparavant. Pourtant, les effets d'échelle permettent de mener une réflexion utile au concepteur sur les moyens expérimentaux de caractérisation des matériaux, sur les méthodes de calcul et sur leurs applications aux structures. Comme la physique statistique, ils permettent de mieux comprendre certaines théories, d'en mesurer les limites de validité et donc aussi de porter un juge-

ment mieux éclairé sur les techniques de dimensionnement actuelles et sur les règles de calcul.

Ce livre est un résumé des travaux menés par l'auteur dans le domaine des effets d'échelle depuis vingt ans. A ma demande, Zdeněk Bažant n'a pas écrit un traité complet, mais plutôt un ouvrage de synthèse et d'introduction au sujet. La bibliographie détaillée permettra au lecteur d'approfondir ses connaissances. Zdeněk Bažant a écrit ce livre en anglais. Il a été publié par Hermes Penton Science en 2002. J'avais à l'époque proposé à l'auteur d'en faire une traduction française en adaptant son contenu pour lui donner une forme plus synthétique facilitant la lecture pour un "profane". Je pensais, et j'en suis toujours persuadé, qu'il fallait mettre à la portée des étudiants français en Master ces travaux, sous la forme d'une synthèse introductive au sujet. Certains événements et mon emploi du temps m'ont empêché de consacrer le temps nécessaire à une telle entreprise et c'est donc avec deux années de décalage que la version française sera publiée.

Durant les années écoulées entre la parution de la version anglaise et celle de cet ouvrage, l'étude des effets d'échelle s'est considérablement développée. Les articles de l'auteur, cités dans les références bibliographiques entre les années 2002 et 2004, en sont le témoignage. Ils contiennent aussi une bibliographie complète, auquel le lecteur ne manquera pas de se renvoyer pour acquérir une vision plus complète de l'état de l'art actuel sur les effets d'échelle.

Je voudrais remercier Zdeněk pour sa patience et surtout Bruno Zuber, alors étudiant en thèse à l'École Normale Supérieure de Cachan, qui a accepté de faire la traduction d'une bonne partie de ce document. Son travail méticuleux m'a largement facilité la tâche.

Nantes et Kerallain, Avril 2004

Gilles Pijaudier-Cabot

Préface de l'auteur

C'est lors d'une visite à la bibliothèque en 1973 qu'un article du *Indian Concrete Journal* attira mon attention. P.F. Walsh, un jeune australien que je ne connaissais pas alors rapportait des résultats d'essai singuliers. Ils montraient un important effet d'échelle pour des spécimens en béton. Cet effet ne suivait pas une loi en puissance et il était donc contradictoire avec une théorie couramment utilisée alors, celle de Weibull.

Au même moment, le regretté Stanley Fistedis me contacta pour participer aux travaux de son groupe de recherche à Argonne National Laboratory sur la rupture des conteneurs et enceintes en béton. L'objectif du groupe était l'extrapolation des résultats d'essais à l'échelle du laboratoire à ces structures souvent immenses, et au combien sensibles. Ces ouvrages sont très fortement renforcés et une fissuration distribuée est observée dans le béton. Ce type de fissuration permettra de développer des modèles adoucissants, seuls capables de décrire les non linéarités dans le béton. Nous savons maintenant que c'est ce type d'endommagement qui conduit aux effets d'échelle déterministes dans les milieux quasi-fragiles.

Au début des années 1970, j'ai eu aussi la chance d'enseigner un cours sur la stabilité des structures face à des étudiants très réactifs et critiques par rapport au concept de stabilité des structures adoucissantes, mais aussi d'assister à un séminaire de Jim Rice sur l'amorçage de la localisation en bandes de cisaillement. Tout cela me poussa à entreprendre des travaux sur le thème des effets d'échelle et du comportement adoucissant des matériaux, un sujet à l'époque très fortement débattu, voire critiqué et quelquefois banni d'une recherche scientifique parfois un peu dogmatique. Ce fut un plaisir de prendre part aux avancées de la science dans ce domaine et de débattre au cours de nombreux *Workshops* sur les problèmes de localisation, de stabilité, d'unicité des solutions, de dépendance des calculs par éléments finis par rapport aux maillages, etc.

Cet ouvrage doit à beaucoup de mes collaborateurs. En premier lieu, je voudrais remercier mon ami Jacky Mazars qui m'a permis d'accueillir Gilles Pijaudier-Cabot à Northwestern University en 1985. Si Gilles a été un étudiant