

## Langzeitige Durchbiegungen von Spannbetonbrücken infolge des Schwingkriechens unter Verkehrslasten

Von Doc. Dipl.-Ing. Zdeněk P. Bažant, CSc., Bauforschungsinstitut der Technischen Hochschule Prag und Department of Civil Engineering, University of Toronto

### Vorbemerkung

Es ist bekannt, daß bei einer Reihe von Spannbetonbrücken mit größerer Spannweite, besonders bei Brücken mit Gelenk im Feld, die im Freivorbau errichtet wurden, nach einigen Jahren Durchbiegungen aufgetreten sind, die wesentlich über den berechneten liegen. Sie nur mit einem höheren Wert der Kriechzahl zu erklären, ist nicht zugänglich. Denn oft ist auch die wirkliche Durchbiegung der rechnerischen entgegengerichtet, d. h., die Feldmitte senkt sich, auch wenn sie sich nach dem Richtungssinn der resultierenden Biegemomente heben sollte. Dies mit einer größeren Verformung des Unterbaues (z. B. Fundamentdrehung) zu erklären, ist nur ausnahmsweise möglich. Wir wollen nun zeigen, daß eine teilweise Erklärung möglich ist, wenn man von der bisherigen Annahme abgeht, daß aus der Verkehrsbelastung nur elastische Durchbiegungen auftreten, und annimmt, daß auch bei kurzdauernder Belastung durch Fahrzeuge plastische Verformungen  $\varepsilon_{vibr}$  entstehen, die man als Schwing- oder Schwellkriechen (cyclic creep, fluage sous charge répétée) bezeichnet. Dazu treten aber auch noch andere Einflüsse auf.

### 1. Die grundlegenden experimentellen Ergebnisse über das Schwingkriechen

Gewisse auf Versuchen beruhende Angaben über das Schwingkriechen sind schon seit langem bekannt (bis 1906 Féret [2], 1925 Probst [3], 1926 Mehmel [5], Heim [11], 1933 Ban [2]). Aber erst durch Forschungen der Nachkriegszeit erhielt man Ergebnisse, die es ermöglichen, diese Verformungen angenähert zu berechnen, besonders nach [3] [5], teilweise nach [6] [10] [8] [4] [2].

Für unsere Aufgabe ist die Feststellung bedeutsam, daß bleibende Verformungen  $\varepsilon_{vibr}$  nicht nur bei einer zyklischen Belastung auftreten, die Druckspannungen von  $\min \sigma = 0$  bis zu  $\max \sigma$  in der Nähe der Druckfestigkeit hervorrufen [13], sondern auch bei kleineren Werten von  $\max \sigma$ . Dabei ist  $\varepsilon_{vibr}$  bis zu  $\max \sigma = 0,5 \beta_p$  [6] [8] [4] bzw.  $= 0,4 \beta_w$  [5] linear abhängig von der Festigkeit. Besonders wichtig ist aber, daß  $\varepsilon_{vibr}$  auch auftreten, wenn  $\min \sigma \gg 0$  (Bild 1), wobei der Einfluß des Wertes von  $\min \sigma$  auf den Endwert der Dauer- verformung gering ist [3] oder überhaupt nicht in Erscheinung tritt [5], teilweise [8] und [4]. Dauer- verformungen entstehen auch bei geringem Unterschied  $\Delta \sigma = \max \sigma - \min \sigma$  [10]. Schließlich sind die bleibenden Verformungen bei schnellen Zyklen von 0,1 sec bis zu 1 h Dauer ungefähr ebenso groß wie bei langsamen mit einer Dauer von 10 Tagen [9], bei denen sie in normales Dauerkriechen übergehen. Der größtmögliche Wert beträgt ungefähr  $\varepsilon_{vibr} = 0,004$  [3] bzw. etwa das Vierfache der elastischen Verformung. Nach [6] [8] [5] [4] [2] sind diese Verformungen nach einer großen Zahl von Zyklen ( $> 10^6$ ) gleich der Endkriechzahl bei einer Spannung von  $\max \sigma$  bei gleichem Anfangsalter des Betons. Die Größe von  $\min \sigma$  spielt dabei keine Rolle. Mit dem Anwachsen der Schwingungsfrequenz und des Unterschiedes  $\Delta \sigma$  (s. Bild 1) wird der Verformungsvorgang bedeutend beschleunigt, in Abhängigkeit von der Schwingungszahl aber etwas langsamer [2]. Bei der hohen Frequenz von 500 Schwingungen/min entspricht eine Dauer von 1, 5 und 14 Tagen einem Kriechen innerhalb von 1, 6 und 20 Monaten [6]. Dauerte aber das statische Betonkriechen bereits 33 Monate und folgten darauf  $3 \cdot 10^6$  Schwingungen [8], so zeigten sich bei diesen fast keine zusätzlichen

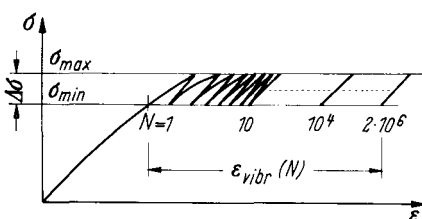


Bild 1

Verformungen mehr ( $\leq 6\%$ ), so daß sich Kriechen aus langer Ruhebelastung und darauf folgender zyklischer Lasteinwirkung nicht addieren; der Beton erfährt also eine gewisse plastische Verformung ohne Rücksicht darauf, ob diese durch wechselnde oder ständige Belastung entstand [2]. Falls sich die ständigen und die wechselnden Spannungen zur gleichen Zeit überlagern, so kann man die betreffende Endverformung im linearen Bereich addieren. Mit höherem  $\max \sigma$  und auch  $\Delta \sigma$  beschleunigt sich der zeitliche Vorgang auch im Linearbereich ein wenig; für  $\min \sigma = 0,22$  bzw.  $0,33$  der Festigkeit entsteht die gleiche Verformung wie für  $806 \cdot 10^3$  bzw.  $310 \cdot 10^3$  Schwingungen. Oberhalb der Dauerfestigkeit (Dauerschwingfestigkeit) mit etwa 60 % der statischen Druckfestigkeit und 35 % der Schubfestigkeit für  $\min \sigma = 0$  stabilisiert sich das Ansteigen der Verformung nicht, sondern beginnt nach einer gewissen Zeit, sich zu beschleunigen. Der gemittelte Elastizitätsmodul (Sekantenmodul) der Zyklen  $E_{sec}$  wird allmählich kleiner, und das um so mehr, je mehr die Spannung steigt und je mehr sich die Spannungs-Dehnungs-Linie krümmt [2] [13] [3].

Gaede [3] führt die Formel an:

$$\varepsilon_{vibr} = \frac{c N_0 \sigma_{max}}{\beta_p E_{sec}} \left( \frac{N}{N_0} \right)^r \quad (1)$$

Darin bedeuten:

$N$  = Anzahl der Lastwechsel,  $N_0 = 10^5$ ;

$\beta_p$  = Prismenfestigkeit;

$E_{sec}$  = Sekantenmodul für Zyklen mit  $\min \sigma = 0$ .

Für  $\frac{\max \sigma}{\min \sigma} = 0,14$  bzw.  $0,75$  ist  $c = 0,98 \cdot 10^{-3}$  bzw.  $1,82 \cdot 10^{-3}$   $\text{kp/cm}^2$  und  $r = 0,333$  bzw.  $0,202$ , während  $E_{sec}$  für  $\beta_w = 120, 225$  und  $450 \text{ kp/cm}^2$  die Werte von  $95\ 000, 195\ 000, 215\ 000 \text{ kp/cm}^2$  bzw.  $103\ 000, 187\ 000, 273\ 000 \text{ kp/cm}^2$  annimmt.

Den größten Zuwachs haben die Dauer- verformungen  $\varepsilon_{vibr}(N)$  bei den ersten Zyklen (s. Bild 1). Für ungefähr 10 Zyklen bei Wechsellasten zwischen 7 bis 73 % der Prismenfestigkeit  $\beta_p$  erhielt Gaede [3] für den oberen Spannungsgrenzwert des Zyklus, d. h. für  $\max \sigma$  bei  $\beta_p = 130, 280, 365 \text{ kp/cm}^2$ , ein proportionales Anwachsen der Verformung gegenüber dem ersten Zyklus um  $s = 33\%$ ,  $15\%$  bzw.  $11\%$ . Bei  $\beta_p = 122$  bzw.  $252 \text{ kp/cm}^2$  und einem Wechsel zwischen 50 bis 67 % von  $\beta_p$  betrug der Zuwachs  $s = 31$  bzw.  $26\%$ . Für die erste Be- und die erste Entlastung (erster Zyklus) beträgt [6] für eine 5 %, 10 %, 20 %, 30 %, 50 % der Festigkeit des Prüfkörpers betragende Spannung die bleibende Verformung 0 %, 10 %, 18 %, 22 %, 26 % der elastischen Verformung.

### 2. Bestimmung der unbehinderten Verformungen durch das Schwingkriechen

Für unsere Aufgabe teilen wir die Spannung  $\sigma$  in eine von der Dauerlast hervorgerufene dauernd wirkende Spannungskomponente  $\sigma_g$  und in eine durch die Verkehrslast entstandene pulsierende (ggf. wechselnde) Komponente  $\sigma - \sigma_g$ , die sich zwischen  $\min \sigma - \sigma_g \approx 0$  bis  $\max \sigma - \sigma_g$  ändert. Gewöhnlich ist  $\min \sigma \leq \sigma_g \leq \max \sigma$ . Die Formel (1) gilt für die gesamte plastische Verformung und schließt deshalb auch das Kriechen durch die Spannung  $\sigma_g$  ein. Dieses Kriechen wird man zutreffender immer gesondert berechnen, und man muß es daher in (1) abziehen. Der pulsierenden bzw. der Wechselkomponente der Spannung  $\sigma - \sigma_g$  entspricht dann die bleibende Verformung

$$\Delta \varepsilon_{vibr} = \frac{c N_0 \max \sigma - \sigma_g}{\beta_p E_{sec}} \left( \frac{N}{N_0} \right)^r \quad (2)$$

Ohne Berücksichtigung von Ermüdung erhalten wir das Verhältnis der bleibenden Verformung  $\Delta \varepsilon_{vibr}$  zur elastischen Verformung aus Verkehrslast  $p$  mit  $\Delta \varepsilon_p = \max \sigma - \sigma_g / E$  und den zugehörigen Moduln  $E$ :

$$\psi(N) = \frac{\Delta \varepsilon_{vibr}}{\Delta \varepsilon_p} = \frac{E \cdot c \cdot N_0}{E_{sec} \cdot \beta_p} \left( \frac{N}{N_0} \right)^\tau \quad (3)$$

Nach [6] [8] [5] [4] kann man aber für die bleibende Verformung einfach schreiben:

$$\psi(N) = \frac{\Delta \varepsilon_{vibr}}{\Delta \varepsilon_p} \approx \varphi(t), \quad \psi(\infty) \approx \varphi(\infty) \quad (4)$$

Darin bedeuten  $\psi$  die Kriechzahl bei wiederholter Belastung, die von der Zahl der Zyklen  $N$  und bei langsamen Zyklen auch von der Zeit  $t_N$  abhängt, und  $\varphi(t)$  die Kriechzahl bei konstanter Spannung von der Zeit  $t_0 = 0$  bis zur Zeit  $t$ . Diese Zeit  $t$  entspricht eindeutig der Zahl  $N$  der Zyklen und stellt die Zeit dar, in der bei konstanter Spannung ein äquivalentes Kriechen entsteht.

Die aus Eigengewicht, ständiger Last und Vorspannung herrührenden resultierenden Normalspannungen seien  $\sigma_p^h$  in den äußeren (oberen) Fasern des Trägers,  $\sigma_g^s$  in der neutralen Achse der pulsierenden Spannungen  $\sigma - \min \sigma$  des Querschnittes und  $\sigma_g^d$  in den unteren äußeren Fasern. Die Normalspannungen im Träger mögen zwischen folgenden Werten pulsieren (Bild 2):

in den oberen Fasern: von  $\min \sigma^h = \sigma_p^h + \sigma_g^h \approx \sigma_g^h$  bis  $\max \sigma^h = \sigma_p^h + \sigma_g^h$ ;

in der neutralen Spannungsachse:  $\sigma - \sigma_g$  ist  $\sigma^s = \text{konst} \approx \sigma_g^s$ ;

in den unteren Fasern: von  $\max \sigma^d = \sigma_g^d + \sigma_p^d \approx \sigma_g^d$  bis  $\min \sigma^d = \sigma_g^d + \sigma_p^d$ .

Hier sind  $\sigma_p^h$  und  $\sigma_p^d$  die größten (absoluten) Werte der von der Verkehrslast herrührenden Spannung (z. B. vom Biegemoment  $\max M_p$ ),  $\sigma_p^h$  und  $\sigma_p^d$  die kleinsten Werte (z. B. vom Biegemoment  $\min M_p$ ), die in einem waagerechten Träger oder Balken zumeist einen bedeutend kleineren Absolutwert haben als  $\sigma_p^h, \sigma_p^d$ .

Betrachten wir jetzt die Trägerquerschnitte in der Mitte des Feldes, wo das von der Verkehrslast herrührende Moment positiv ist. In den unteren Fasern verursacht die Spannung  $\sigma_p^d$  sichtlich einen Abfall der Druckspannung gegenüber  $\sigma_g^d$  und die Spannung  $\sigma_p^d$  ein geringes Anwachsen der Druckspannung, wodurch sich die Stauchung gegenüber der durch das Kriechen hervorgerufenen Zusammendrückung bei konstanter Spannung  $\sigma_g^d$  erhöht um den Wert von

$$\Delta \varepsilon_{vibr}^d = \psi(N) \sigma_p^d / E \quad (5a)$$

In der neutralen Achse der pulsierenden Spannungen  $\sigma - \sigma_g$  ist  $\Delta \varepsilon_{vibr}^s = 0$ .

In den oberen Fasern entsteht darüber hinaus noch eine bleibende Stauchung

$$\Delta \varepsilon_{vibr}^h = \psi(N) \sigma_p^h / E \quad (5b)$$

Hier muß man besonders beachten, daß  $\Delta \varepsilon_{vibr}^d$  und auch  $\Delta \varepsilon_{vibr}^h$  Stauchungen sind, auch wenn der Träger von der Verkehrslast nur auf Biegung beansprucht ist.

Es ist daher:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{vibr}(z) &= \Delta \varepsilon_{vibr}^h z / z_h \quad \text{für } z_h \geq z \geq 0, \\ \Delta \varepsilon_{vibr}(z) &= \Delta \varepsilon_{vibr}^d z / z_d \quad \text{für } z_d \geq z \geq 0. \end{aligned} \quad (5c)$$

Darin ist  $z$  die Entfernung von der neutralen Achse der pulsierenden Spannungen  $\sigma - \min \sigma$ ;  $z_h$  und  $z_d$  bezeichnen die Entfernungen der äußeren oberen und unteren Fasern von dieser neutralen Achse. Für einen waagerechten Balken oder Träger ist  $\Delta \varepsilon_{vibr}^d \approx 0$ , während für den Stiel eines Rahmens  $\Delta \varepsilon_{vibr}^h \approx \Delta \varepsilon_{vibr}^d$  gilt.

### 3. Die Verformungsverteilung in einem statisch unbestimmten System

Eine Verteilung der bleibenden Verformung  $\Delta \varepsilon_{vibr}$  nach Gl. (5c) (s. Bild 2) würde die Bedingung eines eben bleibenden Querschnittes verletzen; die Aufgabe ist also ähnlich wie bei ungleichem Kriechen in einem gekoppelten Stahlbetonquerschnitt. Es kommt deshalb zu einer Neuverteilung der Spannung und der Verformung, die man annähernd berechnen kann, als wäre  $\Delta \varepsilon_{vibr}(z)$  eine elastische Verformung mit den effektiven Moduln  $E_{eff}$ , die sich aus der Bedingung ergeben, daß  $\max \sigma - \sigma_g = E_{eff} (\Delta \varepsilon_p + \Delta \varepsilon_{vibr})$ , worin

$$\begin{aligned} E_{eff} &\approx E / (1 + \psi) \quad \text{für } z \geq 0, \\ &= E \quad \text{für } z \leq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

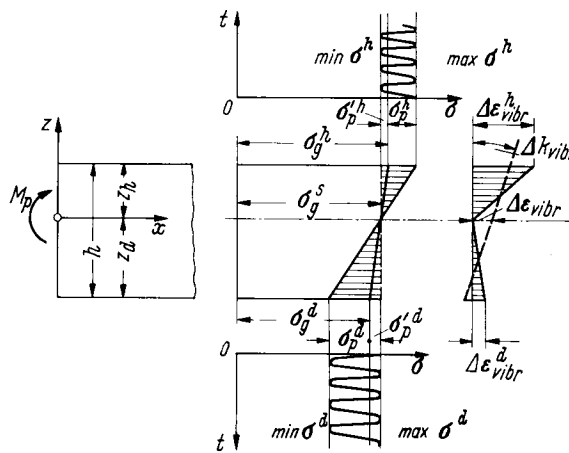


Bild 2

Diese Verformungen sind äquivalent mit der Wirkung eines Biegemomentes  $\Delta M_v$  und einer Normalkraft  $\Delta N_v$ , bezogen auf die ursprüngliche Neutralachse:

$$\Delta M_v = \int_{z_a}^{z_h} E_{eff}(z) \Delta \varepsilon_{vibr}(z) z \, dF, \quad (7a)$$

$$\Delta N_v = - \int_{z_a}^{z_h} E_{eff}(z) \Delta \varepsilon_{vibr}(z) \, dF. \quad (7b)$$

Darin bedeutet  $dF$  ein Element der Querschnittsfläche. Es entsteht also eine Krümmung der Achse  $\Delta k_{vibr}$  und eine Verkürzung der Schwerachse  $\Delta \varepsilon_{vibr}$ :

$$\begin{aligned} \Delta k_{vibr} &= \frac{\Delta M_v}{(EI)_{eff}} \approx \frac{\Delta \varepsilon_v^h}{I \cdot z_h} \int_0^{z_h} z^2 \, dF + \frac{\Delta \varepsilon_v^d}{I \cdot z_d} \int_{z_a}^0 z^2 \, dF \\ &\approx \frac{\Delta \varepsilon_v^h}{I \cdot z_h} \int_0^{z_h} z^2 \, dF, \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{vibr} &= \frac{\Delta N_v}{(EF)_{eff}} = \frac{\Delta \varepsilon_v^h}{F \cdot z_h} \int_0^{z_h} z \, dF + \frac{\Delta \varepsilon_v^d}{F \cdot z_d} \int_{z_a}^0 z \, dF \\ &\approx - \frac{\Delta \varepsilon_v^h}{F \cdot z_h} \int_0^{z_h} z \, dF. \end{aligned} \quad (8b)$$

In den Gleichungen ist  $I$  das Trägheitsmoment des Querschnittes. Die Integrale in diesen Gleichungen bedeuten das Trägheitsmoment und das statische Moment des Teiles der Querschnittsfläche über der Neutralachse der pulsierenden Spannung.

Näherungsweise wurde hier der Modul  $E$  anstatt  $E_{eff}$  angenommen und ebenso, daß für einen waagerechten Balken oder Träger

$$|\Delta \varepsilon_{vibr}^d| \ll |\Delta \varepsilon_{vibr}^h|.$$

Für den Stiel eines Rahmens ist näherungsweise  $\sigma_p^h \approx \sigma_p^d$ , das heißt  $\Delta \varepsilon_{vibr}^h \approx \Delta \varepsilon_{vibr}^d$  und daher  $\Delta k_{vibr} \approx 0$ .

Da das Verhältnis  $\Delta k_{vibr} / \sigma_p$  in verschiedenen Querschnitten verschieden ist, müssen die durch die wiederholte Belastung entstandenen bleibenden Veränderungen  $\Delta X_{iv}$  der statisch unbestimmten Größen  $X_i$  bestimmt werden, für die gilt, daß

$$\sum_{j=1}^n \delta_{ij} \text{eff} \Delta X_{jv} + \delta_{ivibr} = 0. \quad (9)$$

Hier sind  $\delta_{ij}$  die Elastizitätskoeffizienten für die Moduln  $E_{eff}$  (ungefähr ist  $\delta_{ij} \text{eff} \approx \delta_{ij}$  für die Moduln  $E$ ) und

$$\delta_{i \text{eff}} = \int_{(x)} \Delta k_{vibr} \bar{M}^{(i)} \, dX + \int_{(x)} \Delta \varepsilon_{vibr} \bar{N}^{(i)} \, dX \quad (10)$$

sind die Verformungen in der Richtung  $X_i$ , wobei  $\bar{M}^{(i)}$  und  $\bar{N}^{(i)}$  innere, von der virtuellen Last  $X_i = 1$  bei  $X_j = 0, j \neq i$  hervorgerufene Kräfte sind.

Die Durchbiegung in der Richtung der statischen Größe  $X$  ist dann

$$\Delta w_{\text{vibr}} = \int_{(x)} \bar{M} (\Delta M_v + \sum_{i=1}^n \Delta X_{iv} \bar{M}^{(i)}) \frac{dx}{(EI)_{\text{eff}}} + \int_{(x)} \bar{N} (\Delta N_v + \sum_{i=1}^n \Delta X_{iv} \bar{N}^{(i)}) \frac{dx}{(EI)_{\text{eff}}}. \quad (11)$$

Hier sind  $M, N$  die inneren, durch  $X = 1$  hervorgerufenen virtuellen Kräfte im statischen Grundsystem, d. h. bei  $X_i = 0$ .

Zum Unterschied von den das Kriechen betreffenden Aufgaben beeinflusst hier  $\Delta X_{iv}$  die Werte von  $\Delta \varepsilon_{\text{vibr}}$  nicht, denn dessen Wert bleibt im Linearbereich gleich, falls  $\max \delta - \min \delta$  konstant ist, d. h., falls sich  $\max \delta$  und auch  $\min \delta$  um denselben Wert verändern. Das gilt aber nur, wenn die Normalkraft gleich Null ist. Ansonsten verschiebt sich unter dem Einfluß von  $\Delta X_{iv}$  die Neutralachse und  $\Delta k_{\text{vibr}}$  ändert sich. Bei genauerem Vorgehen sollte man die Änderungen der Differenz  $\max \delta - \min \delta$  erwägen, d. h. die durch das ungleichmäßige Sinken des Moduls  $E_{\text{sec}}$  im Zyklus verursachte Verteilung der Wirkungen der Verkehrslast. Allgemein würde also eine genaue Formulierung zu Differentialgleichungen in der Zeit führen, ähnlich wie beim Kriechen.

#### 4. Angenäherte Analyse

Nehmen wir einen frei aufliegenden oder durchlaufenden Träger an, bei dem die Neutralachse der pulsierenden Spannungen  $\sigma - \min \sigma$  identisch ist mit der Schwerachse der Querschnitte. Für eine näherungsweise Schätzung können wir annehmen, daß der senkrechte Trägerquerschnitt symmetrisch ist.

$$\text{Dann ist } \Delta M_v = \Delta \varepsilon_{\text{vibr}} \frac{E}{(h/2)} \frac{I}{2} \quad \text{mit } h = \text{Querschnittshöhe,}$$

$$\text{so daß } \Delta k_{\text{vibr}} \approx \frac{\Delta \varepsilon_{\text{vibr}}}{h} \quad (12a)$$

anstelle der Krümmung  $\frac{\Delta \varepsilon_{\text{vibr}}}{(h/2)}$ , die nach Gl. (5) dem Werte von  $\Delta \varepsilon_{\text{vibr}}(z)$  über der Schwerachse entsprechen würde.

Weiterhin nehmen wir an, daß die gesamte Masse des Querschnittes in die obere und untere Platte verlagert ist und daß das Verhältnis ihrer Querschnittsflächen  $n : 1$  ist; den Querschnitt der senkrechten Wände vernachlässigen wir. Für  $\Delta k_{\text{vibr}}$  erhalten wir dann wieder die Gleichung (12a), unabhängig von  $n$ . Für die Verkürzung der Achse erhalten wir

$$\Delta \varepsilon_{\text{vibr}} = - \frac{n}{n+1} \Delta \varepsilon_{\text{vibr}}^h. \quad (12b)$$

Haben wir einen T-Querschnitt mit einer oberen Platte, deren Fläche gleich ist der Fläche des Steges, so ist

$$\Delta k_{\text{vibr}} = 1,300 \Delta \varepsilon_{\text{vibr}}^h / h, \quad \Delta \varepsilon_{\text{vibr}} = - 0,563 \Delta \varepsilon_{\text{vibr}}^h. \quad (12c)$$

Haben wir einen I-Querschnitt mit einem Verhältnis der Flächen vom Steg zur unteren und oberen Platte von  $1 : 1 : 2$ , so ist

$$\Delta k_{\text{vibr}} = 1,033 \Delta \varepsilon_{\text{vibr}}^h / h, \quad \Delta \varepsilon_{\text{vibr}} = - 0,504 \Delta \varepsilon_{\text{vibr}}^h. \quad (12d)$$

Oberhalb des Auflagers vertauscht sich die Rolle der unteren und der oberen Fasern, und das Ergebnis ist dasselbe. Nehmen wir das Verhältnis  $\frac{\Delta \varepsilon_{\text{vibr}}}{\sigma_p}$  in allen Querschnitten als annähernd gleich an, lassen wir den Einfluß der Verkürzung der Trägerachse auf die Durchbiegung außer acht (was bei einigen Rahmen nicht möglich ist) und nehmen wir nach Gl. (12a), (12b), (12c) an, daß in einem typischen Brücken-Kastenquerschnitt

$$\Delta k_{\text{vibr}} = 1,10 \Delta \varepsilon_{\text{vibr}} / h,$$

so erhalten wir die bleibende Durchbiegung durch die wiederholte Verkehrsbelastung ungefähr zu

$$\Delta w_{\text{vibr}} = 0,55 \varphi \Delta w_p. \quad (13)$$

Darin ist  $\Delta w_p$  die durch die Verkehrslast hervorgerufene elastische Durchbiegung, die bestimmt wird durch die Krümmungen

$$\Delta k_p = \frac{\Delta \varepsilon_p}{(h/2)}, \quad \text{wo } \Delta \varepsilon_p = (\max \sigma - \min \sigma) / E.$$

Gemäß Beziehung (4) können wir in einfacher Weise auch unmittelbar schreiben:

$$\Delta w_{\text{vibr}}(\infty) = 0,55 \varphi(\infty) \Delta w_p. \quad (14)$$

Bei Rahmen verschiebt sich die Neutralachse der pulsierenden Spannungen zum Querschnittsrand, so daß die Koeffizienten für  $\Delta k_{\text{vibr}}$  in den Gl. (12a, b, c, d) größer werden. Auf der anderen Seite aber kann, besonders in den Rahmenstielen, das Pulsieren der Spannung in beiden Richtungen gleich groß sein, so daß sich eine unelastische Krümmung der Achse überhaupt nicht zeigen muß. Die Verkürzung des Balkens verursacht beim Rahmen eine weitere Durchbiegung.

#### 5. Andere Wirkungen

Der verringernde Einfluß der Stahlbewehrung auf diese Kriechverformungen ist ähnlich wie bei Kriechen unter ständiger Belastung; wir haben ihn als gering vernachlässigt. Mit der Neuverteilung der Spannungen im Querschnitt und ebenso mit den Verlusten der Vorspannung durch  $\Delta \varepsilon_{\text{vibr}}$  werden wir uns hier nicht befassen. Bei der Biegung von Stahlbetonträgern ist der Koeffizient  $\varphi$  durch das Auftreten von Rissen stark abgemindert, ähnlich wie beim Kriechen. Bei Rahmenbrücken und besonders bei Bögen entstehen bleibende Verformungen auch durch den Einfluß kurzer Temperatur- und Feuchtigkeitsschwankungen, die eine schnellere Anpassung des Tragwerks an die mittlere Temperatur zur Folge haben. Es ist wahrscheinlich, daß bei Ermüdung auch Schubspannungen und Schubkräfte ein wenigstens verhältnismäßig gleich großes Kriechen verursachen; bisher fehlen aber die betreffenden Versuche.

#### 6. Die Belastung

Strittig, da statistische Unterlagen hierüber bisher noch fehlen, ist hier die Größe der anzusetzenden pulsierenden Belastung aus Verkehr. Wir glauben sicher zu gehen, wenn wir annehmen, daß während des Bestehens des Tragwerks  $2 \cdot 10^6$  Zyklen im Bereich bis zu  $1/3$  der Norm-Verkehrslast, etwa 10 Zyklen im Bereich bis zu  $2/3$  der Normbelastung und 1 Zyklus bis zur vollen Normbelastung (Belastungsprobe) auftreten.

#### 7. Andere Einflüsse auf die Durchbiegung

Eine Vergrößerung der in üblicher Weise berechneten Durchbiegung kann auch durch eine Reihe anderer Einflüsse hervorgerufen werden:

7.1. Die Überprüfung der Vorspannung ist nicht vollkommen und die Verluste der Vorspannung sind höher. Schon eine verhältnismäßig kleine Änderung der Spannkraft beeinflusst die ständigen Spannungen und damit die Durchbiegung in einem wesentlich höherem Maße. Es ist deshalb angebracht, mit einer gewissen unvermeidlichen Verringerung der Spannkraft zu rechnen, etwa um 5% (bis 10%, was auch von dem benutzten Spanverfahren abhängt), und die Durchbiegung für diesen Fall zu berechnen. Es ist zu empfehlen, sich eher für den Fall größerer Durchbiegungen zu sichern als für kleinere, denn man kann Ausgleichbeton über den Auflagern, aber keinesfalls in der Mitte des Feldes zulassen.

7.2. Bei Verkürzung der oberen Fasern durch fortlaufendes Kriechen unter Dauerlast überträgt sich ein Teil der Druckspannungen in den oberen Fasern  $\sigma_p^h$  in die Brückenfahrbahntafel, in die Gesimse u. ä. Diese wirken teilweise mit, so daß sich die Neutralachse nach oben verschiebt und der Träger sich wie bei einem negativen Moment

krümmt. Daraus geht hervor, daß diese Erscheinung nur bei Brücken mit Gelenken im Feld bedenklich ist, während sie bei durchlaufenden Trägern und Rahmen die Durchbiegung wegen der Neuverteilung der inneren Kräfte nicht allzu viel beeinflusst und bei einem frei aufliegenden Träger im Gegenteil eine Hebung verursacht. Die Berechnung dieses Einflusses ist bekannt (z. B. [1]). Angenähert berechnet man ihn als eine von den Biegemomenten

$$\Delta M_d = e \frac{\sigma_g^h}{E} \varphi \frac{E_m F_m}{1 + \varphi_m} \quad (15)$$

hervorgeführte elastische Durchbiegung eines Trägers mit Querschnittsflächen, die mit der Brückenfahrtafel zusammenwirken und die Elastizitätsmoduln  $E/(1 + \varphi)$  bzw.  $E_m/(1 + \varphi)$  haben.  $E$  ist hier der Elastizitätsmodul,  $\varphi$  die Kriechzahl,  $F_m$  die Querschnittsfläche des mitwirkenden Teiles der Fahrtafel und  $e$  ihre Ausmitte vom Schwerpunkt des tragenden Querschnittes;  $E_m$  und  $\varphi_m$  sind für die Brückenfahrtafel geltende Werte. Dieser Einfluß überwiegt den Umstand, daß die Mitwirkung der Brückenfahrtafel die Biegesteifigkeit des Trägers vergrößert.

7.3. Einen ähnlichen Einfluß hat der durch verschiedene Betondicken verursachte Unterschied zwischen den Kriech- und Schwindmaßen für die obere und die untere Platte des Brückenkastenquerschnitts, denn eine dickere Betonplatte kriecht und schwindet weniger. Dazu kommt der Einfluß der Abdichtung der Fahrtafel, welcher mit einer doppelten Dicke dieser Platte eingeführt werden kann. Hieraus verkürzt sich die obere Platte weniger als gemäß dem Kriech- und Schwindmaß für die übrigen Querschnittsteile, so daß eine zusätzliche negative Verkrümmung des Balkens erwogen werden muß. Dies ist wieder nur für den Rahmenbalken mit Gelenk in der Feldmitte bedenklich. Seien  $(1 + \alpha)\varphi$  und  $(1 + \beta)\varepsilon_s$  das Kriechmaß und die Schwindverformung für die obere Platte, wobei  $\varphi$  und  $\varepsilon_s$  dasselbe für die übrigen Querschnittsteile bedeuten;  $F_h$  sei die Querschnittsfläche der oberen Platte. Die zusätzliche Durchbiegung berechnet man dann angenähert als die elastische Durchbiegung für die Moduln  $E$ , die den Biegemomenten

$$\Delta M'_d = e F_h (\beta \varepsilon_s + \alpha \varphi \sigma_g^h / E) \quad (16)$$

entspricht. Wenn wir nur die doppelte, der Abdichtung entsprechende Dicke der oberen Platte annehmen, können wir nach den Angaben von Leonhardt (s. 2.233 und 2.244 in [15]) etwa  $\alpha = -8\%$ ,  $\beta = -13\%$ , oder nach Ulickij [16]  $\alpha = \beta = -20\%$  einsetzen.

7.4. Einen gewissen kleinen Einfluß beim Kriechvorgang haben Schubverformungen im Balken aus der Dauerlast. Dabei ist in Betracht zu ziehen, daß die Schubverteilungszahl bei üblichen Brückenquerschnitten 2,5 und mehr beträgt.

### 8. Berechnungsbeispiel

Bei einer im Freivorbau gebauten Betonbrücke mit Gelenken von 102 m Spannweite (bei Dolní Kralovice über das Staubecken am Želivkafluß in der ČSSR) wurde in der Feldmitte eine Durchbiegung aus der Normverkehrsbelastung von 14,0 cm errechnet. Weiter ist im Durchschnitt  $\sigma_g = -80$  kp/cm<sup>2</sup>, und 1/3 der Normbelastung beträgt im Durchschnitt  $\Delta \sigma_p = -20$  kp/cm<sup>2</sup>; somit ist im Durchschnitt  $\min \sigma / \max \sigma = 0,8$ . Der Beton hat eine Prismenfestigkeit von 300 kp/cm<sup>2</sup>,  $E = 360\,000$  kp/cm<sup>2</sup>.

Falls wir nach Gaede vorgehen, so bestimmen wir nach den vorgegangenen Angaben  $c = 1,85 \cdot 10^{-3}$  kp/cm<sup>2</sup>,  $r = 0,200$ ,  $E_{sec} = 280\,000$  kp/cm<sup>2</sup>. Nach Gl. (4) ist  $\varphi = 1,4$  für  $N = 2 \cdot 10^6$  und nach Gl. (14) beträgt die bleibende Durchbiegung annähernd:

$$0,55 \frac{1}{3} 14,0 \cdot 1,4 = 3,6 \text{ cm.}$$

Nach [5] können wir sie auch einfacher als Durchbiegung durch das Kriechen berechnen, die bei einer Kriechzahl von  $\varphi = 1,8$  gleich sein wird:

$$0,55 \frac{1}{3} 14,0 \cdot 1,8 = 4,6 \text{ cm.}$$

Eine weitere Vergrößerung der bleibenden Durchbiegung rufen 10 Belastungszyklen bis zu 2/3 der Normverkehrsbelastung hervor. Nach

den oben angeführten Angaben von Gaede ist höchstens  $s = 0,25$ , und die Vergrößerung der Durchbiegung beträgt daher:

$$0,55 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) 14,0 \cdot 0,25 = 0,6 \text{ cm.}$$

Die bleibende Durchbiegung aus der Belastungsprobe der Brücke beträgt darüber hinaus rd.  $0,55 \left( 1 - \frac{2}{3} \right) 14,0 \cdot 0,2 = 0,5 \text{ cm.}$

Die bleibende Gesamtdurchbiegung aus der Verkehrsbelastung beträgt daher für den weniger günstigen Fall:

$$4,6 + 0,6 + 0,5 = 5,7 \text{ cm.}$$

Zum Vergleich führen wir an, daß die Mitwirkung der Fahrtafel beim Kriechen (Abschnitt 7.2) die Durchbiegung um 1,9 cm vergrößert, und zwar unter der Voraussetzung, daß etwa eine Hälfte der Querschnittsfläche der Fahrtafel und der Gesimse mitwirkt. Eine Verringerung der Vorspannkräfte (Abschnitt 7.1) um 10% bewirkt eine Durchbiegung von 4,9 cm in der Feldmitte. Die langdauernde Durchbiegung aus den Schubkräften (Abschnitt 7.4) beträgt 0,5 cm. Ein um 20% kleineres Kriechmaß und geringere Schwindverformung der oberen Platte (Abschnitt 7.3) bewirkt eine zusätzliche Durchbiegung von 3 cm.

Die gesamte Abweichung der Durchbiegung gegenüber der üblichen Art der Rechnung kann deshalb  $5,7 + 1,9 + 4,9 + 3,0 + 0,5 = +16$  cm betragen. Auf diese Art lassen sich also die beobachteten übermäßigen Durchbiegungen erklären. Das Schwingkriechen verursacht davon etwa ein Drittel.

Bei steiferen Konstruktionstypen sind diese Einflüsse allerdings klein. So wurde z. B. für eine durchlaufende Rahmenbrücke mit 115 m langen Feldern (die Straßen- und U-Bahnbrücke in Nusle, Prag) für wiederholte Beanspruchung eine Durchbiegung von nur 1,7 cm, und von langdauernden Schubkräften eine Durchbiegung von 1 cm berechnet, wobei die anderen angeführten Einflüsse noch kleiner waren.

### Schlußfolgerung

Wenn auch die gezeigte Berechnung des Einflusses einer wiederholten Beanspruchung bisher nur eine grob annäherungsweise sein kann und eine weitere Vertiefung unserer Kenntnisse erforderlich ist, so wird es doch für notwendig gehalten, diese Berechnungen beim Entwurf größerer Brücken durchzuführen und die Forderung nach Berechnung der bleibenden Durchbiegungen aus Kriechen für wiederholte Verkehrsbelastung in die Norm aufzunehmen.

### Schrifttum

- [1] Bažant, Z. P.: Das Kriechen des Betons in der Berechnung von Konstruktionen. Prag: SNTL 1966 (tschechisch).
- [2] Bechyně, S.: Betonbau I, Betontechnologie, Bd. 4, Elastizität des Betons, S. 122...130. Prag: SNTL 1959 (tschechisch).
- [3] Gaede, K.: Versuche über die Festigkeit und die Verformungen von Beton bei Druck-Schwellbeanspruchung. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, H. 144. Berlin: W. Ernst & Sohn 1962.
- [4] Gvozdev, A. A.: Das Kriechen des Betons (in russisch). Konferenzbericht. "Mechanika tverdogo tela", 137...152. Moskau: A. d. W. d. UdSSR, Nauka 1966.
- [5] Kern, E., und Mehmel, A.: Elastische und plastische Stauchungen von Beton infolge Druckschwell- und Standbelastung. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 153. Berlin: W. Ernst & Sohn 1962.
- [6] Le Camus, B.: Recherches expérimentales sur la déformation du béton et du béton armé. C. R. des Recherches des Lab. Bât. et Tr. Publ., 1945/46, Paris (Circ. ITB, sér. F, no. 27, 1946).
- [7] L'Hermite, R.: Que savons nous de la déformation plastique et du fluage du béton? Annales I. T. B. T. P., IX, No. 117, Paris 1957.
- [8] L'Hermite, R.: Les déformations du béton. Cahiers de la Recherche no. 12, I. T. B. T. P. et A. F. R. E. M. C., Paris: Eyrolles 1961 (Fig. 15, p. 65...67).
- [9] Malmejster, A. K.: Elastizität und Unelastizität des Betons (in russisch). Riga: Verlag d. A. d. W. der Litauischen SSR 1957.
- [10] Malmejster, A. K., und Shkerbelis, K. K.: Formänderungen des Betons bei kombinierter Belastung (in russisch). Issledovania po betonu i zhelezobetonu, Nr. 2. Riga: Verlag d. A. d. W. d. UdSSR 1957.
- [11] Murdock, J. W.: A critical review of research on fatigue of plain concrete. University of Illinois Bulletin 475, no. 62, Engng. Experiment Station, Febr. 1965.
- [12] Nordby, G. M.: Fatigue of concrete — a review of research. Journ. Amer. Concrete Inst., 30, 1963, no. 2, 191...219.
- [13] Sinha, B. P., Gerstle, K. H., und L. G. Tulin: Stress-strain relations for concrete under cyclic loading. Journ. Amer. Concrete Inst., 1964 no. 2, 195...219.
- [14] Vasilev, P. I.: Zur Frage der Wahl der phenomenologischen Theorie des Betonkriechens (in russisch). Konferenzbericht "Polzucest strojitelnych materijalov i konstrukcij". Moskau: Red. A. Ržaniyev, 106...114, Strojizdat 1964.
- [15] Leonhardt, F.: Spannbeton für die Praxis. 2. Auflage. Berlin: Ernst & Sohn 1962, auch Prestressed Concrete. Design and Construction. Berlin: Ernst & Sohn 1964.
- [16] Ulickij, I. I.: Berechnung der Stahlbetonkonstruktionen mit Rücksicht auf die langzeitigen Prozesse (in russisch). Kiew: Gosstrojizdat 1960.

# VERSCHIEDENES

## Institut für Bautechnik

In Heft 5 dieses Jahrgangs S. 118 veröffentlichten wir einen kurzen Bericht über die Errichtung des Instituts für Bautechnik in Berlin und dessen Hauptaufgaben aus der Feder des Präsidenten dieses Instituts, Dr.-Ing. Heinrich B u b.

Inzwischen ist das Abkommen über die Errichtung und Finanzierung des Instituts zwischen den Ländern und dem Bund abgeschlossen und von einigen Bundesländern bereits ratifiziert worden. Das Abkommen ist im Gesetz- und Verordnungsblatt für Berlin, 24. Jahrgang, Nr. 45 vom 17. Juli 1968, veröffentlicht. Die auf Grund dieses Abkommens vom Verwaltungsrat im Juli 1968 beschlossene und vom Senator für Bau- und Wohnungswesen, Berlin, genehmigte Satzung ist abgedruckt in der Bekanntmachung des Senators für Bau- und Wohnungswesen vom 17. Juli 1968, Amtsblatt für Berlin, 18. Jahrgang, Nr. 35 vom 2. August 1968.

An dieser Stelle sind nachzulesen u. a.:

Zuständigkeit des Verwaltungsrates (bestehend aus je einem Vertreter der für die Bauaufsicht zuständigen Länderministerien, des Senators für Finanzen, Berlin, des Bundesministers für Wohnungswesen und Städtebau und des Bundesverkehrsministeriums; Vorsitzender Staatssekretär K e i l);  
Zuständigkeit des Vorstandes (Präsident des Instituts für Bautechnik, mit einem Vizepräsidenten als Stellvertreter);  
Aufgaben und Arbeitsweise der Sachverständigenausschüsse;  
Verwaltungsgebühren für Amtshandlungen des Instituts.

Es ist nicht daran zu zweifeln, daß die Lösung vieler Aufgaben, die bisher verhältnismäßig viel Zeit in Anspruch nahm, jetzt sehr beschleunigt werden kann. Die Bauwirtschaft und die technisch-wissenschaftlichen Verbände haben für eine große Zahl von Fragen einen zentralen Partner gewonnen, mit dem sie an dem gemeinsamen Ziele der Sicherung des Fortschritts der Technik zusammenarbeiten können. Dafür bietet schon die Besetzung des Instituts mit hervorragend qualifizierten Fachleuten Gewähr.

Die Schriftleitung

## Tagungen

### Deutscher Betontag 5. bis 7. März 1969 in Düsseldorf

Vorläufiges Programm

#### Eröffnungssitzung

Ansprache und Ehrungen

Dr.-Ing. H. Minetti, Wiesbaden

Festvortrag

Bauen — Gestern, Heute, Morgen

Prof. Dr. F. Heer, Wien

#### Technische Vorträge

Entwicklungstendenzen im Europäischen Ingenieurbau  
Italien: Hallenbauten

Prof. Dr.-Ing. G. Pizzetti, Turin

Frankreich: Olympisches Eisstadion Grenoble

Dr.-Ing. E. h. N. Esquillan, Paris

Niederlande: Brückenbau in den Benelux-Ländern

Dr.-Ing. G. Janssonius, Amsterdam

Österreich: Tunnelbau in Österreich

Dr.-Ing. R. Fill, Wien

UdSSR: Neuere Stahlbetonfertigteile-Konstruktionen im Industriebau

Prof. Dr. techn. Wiss. A. P. Wassiljew, Moskau

Spann beton-Druckbehälter in Mehrlagen-Bauweise für Kernkraftwerke

Dr.-Ing. H.-J. Schulz, Essen

Entwicklungsrichtungen der Baustellen-Technik

Maschinen und Geräte

Dipl.-Ing. K. Steinbrück, Essen

Schaltechnik

Dipl.-Ing. H. Müller, Mannheim

Entwicklungstendenzen beim Bau neuer Abwasserreinigungsanlagen

Verfahrensprinzipien der Anlagen

Dipl.-Ing. E. Kordes, Mannheim

Konstruktion und Ausführung der Bauwerke

Dr.-Ing. J. Urban, Mannheim

Berichte aus der Bauforschung

o. Prof. Dr.-Ing. H. Beck, Darmstadt

o. Prof. Dr.-Ing. G. Franz, Karlsruhe

o. Prof. Dr.-Ing. K. Kordina, Braunschweig

o. Prof. Dr.-Ing. E. h. Dr.-Ing. H. Rüs ch, München

Teilweise vorgespannter Beton

o. Prof. Dr. B. Thürlimann, Zürich

Bemerkenswerte deutsche Ingenieurbauausführungen (Kurzvorträge)

Querträgerlose Brückenbauten

Zwei Hochstraßen Bremen

Dipl.-Ing. H.-G. Olshausen, Bremen

Brücke Welkers

Dipl.-Ing. A. Lessing, Frankfurt/M.

Hangbrücke Würgau, Talbrücke Sechshelden

Dr.-Ing. L. Mayer, Köln

Brücke Eiserfeld

Dr.-Ing. H. Wittfoht, Frankfurt/M.

Untergrundbahnbauten

U-Bahnhof unter dem Rathaus in München

Dipl.-Ing. J. Ramsauer, München

Unterirdisches Brückenbauwerk in Berlin

Dipl.-Ing. E. Jacob, Frankfurt/M.

Auslandsbauten

El Aaiun, Pier in offener See

Senator E. h. Dipl.-Ing. H. Gass, Köln

Zweite Festlandbrücke in Lagos

Dr.-Ing. R. Hemmleb, Wiesbaden

Quellzement — Vorteile und Grenzen seiner Anwendung

Dr.-Ing. G. Wischers, Düsseldorf

Oberflächenbeschaffenheit von Beton

Dipl.-Ing. R.-K. Metzner, Hamburg

Vergleich europäischer Stahlbeton-Vorschriften

Dr.-Ing. M. Stiller, Wiesbaden

Filmvorführungen (bisher vorgesehen):

El Aaiun

Leuchtturm Kiel

Messehalle V Frankfurt/M.

Einladungen und Auskünfte durch:

Deutscher Beton-Verein E. V., 62 Wiesbaden, Postfach 543.

### Lehrgang des VDI-Bildungswerkes

Thema: Einpreßmörtel für Spannbeton, vom 16. bis 18. Januar 1969 in Stuttgart und 6. bis 8. März 1969 in Münster.

Zweck, Zusammensetzung und Eigenschaften; Aufbereitung und Einpressen; Versuche; Baustellenprüfungen.

Auskunft und Anmeldung: Verein Deutscher Ingenieure VDI-Bildungswerk, 4 Düsseldorf, Graf-Recke-Straße 84. Telefondurchwahl: (0211) 6214214. Terminänderungen vorbehalten.

### Beckumer Lehrgänge über zielsichere Betonherstellung

Vom 14. 1. bis 21. 2. 1969 finden zum 10. Male in Beckum Lehrgänge über zielsichere Betonherstellung statt (6 Einzellehrgänge von jeweils viertägiger Dauer). Behandelt wird die Technologie des Schwerbetons und des Leichtbetons.

Der Lehrstoff setzt gewisse Grundkenntnisse in der Betontechnologie voraus und ist auf den Personenkreis der Betontechnologen, Bauingenieure, Bauleiter und Betriebsleiter in Beton- und Transportbetonwerken zugeschnitten. Die Lehrgangsg Gebühr beträgt 100 DM zuzüglich Mehrwertsteuer.

Ausführliches Programm und Anmeldeformulare können beim Zement- und Beton-Laboratorium Beckum, 4720 Beckum, Parallelweg 20, Tel (02521) 2197/98, angefordert werden.