

INŽ. ZDENĚK P. BAŽANT, Dopravoprojekt Praha

DT 666.97-119 539.4.612

## Vliv dotvarování a smršťování u staticky neurčitých konstrukcí z betonu různého stáří

Proměna napjatosti konstrukce způsobená dotvarováním a smršťováním. Předpoklad afinity křivek součinitelů dotvarování. Koeficient afinity dotvarování. Vyjádření atmosférických vlivů redukovaným časem. Deformace staticky neurčité konstrukce z betonu různého stáří od dotvarování a smršťování. Pojem transformované konstrukce se změněnými moduly pružnosti. Obecné přetvárné výminky staticky neurčité konstrukce tvoří systém simultánních lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu pro hodnoty staticky neurčité. Variační formulace. Počáteční podmínky, nemění-li nebo změní-li se statické působení. Řešení systému. Rozbor a speciální případy. Reologický význam partikulárního řešení. Přibližné vzorce. Přibližné řešení přetvárnými moduly. Závěry pro návrh konstrukcí.

Při výpočtu betonových konstrukcí se obvykle stáří veškerého betonu považuje za stejné, přestože ve skutečnosti stejné stáří nikdy neexistuje. Jsou-li rozdíly stáří betonu nebo podíl stálého zatížení malé, je tento předpoklad dostatečně vyhovující. Je tomu tak u konstrukcí vybetonovaných v krátké době do bednění nebo montovaných z prvků stejného stáří, aniž se přitom použije stavebního betonu.

U mnoha moderních betonových konstrukcí, zvláště u konstrukcí mostních, nelze však vycházet z tohoto předpokladu, neboť u nich často spolupůsobí části, jejichž beton je výrazně odlišného stáří. K těmto konstrukcím patří letmo betonované mosty, spojitě nosníky nebo nosníkové rošty montované z prefabrikátů, které jsou např. z výrobních důvodů různě staré. Dále k nim patří montované konstrukce spolupůsobící s částmi, vybetonovanými na staveništi, konstrukce, vybetonované do bednění ve velkých časových odstupech, jako např. oblouky betonované po lamelách, konstrukce, vyrobené opakovaným použitím bednění a skruží v příčném nebo podélném směru mostu, atd.

Dotvarování u těchto konstrukcí způsobí proměnu napjatosti s časem, a to i když se statická neurčitost konstrukce nezmění. Nastává přesun vnitřních sil do míst staršího betonu, který může být někdy dosti značný. Smršťování způsobuje též proměnu napjatosti, jinou než při stejné starém betonu.

Nutnost uvažovat vliv různého stáří betonu při dotvarování ukázal již U. Finsterwalder, který uskutečnil zjednodušený výpočet těchto účinků u sdruženého rámového letmo betonovaného mostu s vloženými klouby v Koblenzi [4]. Užil přitom zjednodušujícího předpokladu, že veškerý beton každé konzoly je navzájem stejně starý, a že tedy místo plynulé proměny stáří betonu existuje jediný skok mezi oběma konzolami. Pro výpočet uvažoval zjednodušenou, jedenkrát staticky neurčitou soustavu, a vliv roční doby nevzal v úvahu. Smršťování při různém stáří betonu, ani deformace při jeho různém stáří se dosud nezkoumaly, ani dotvarování a smršťování betonových konstrukcí nebylo variačně formulováno.

Cílem tohoto pojednání je předložit obecný způsob výpočtu proměny napjatosti a deformací způsobených dotvarováním a smršťováním u staticky neurčité konstrukce z betonu různého stáří, při němž se bere v úvahu libovolná, zejména též plynulá proměna stáří betonu po konstrukci, který početně zachycuje atmosférické vlivy a který zahrnuje též případy změny statického působení. Ukážeme přitom statický význam koeficientů systému diferenciálních rovnic, což usnadní jejich výpočet a zapamatování a vysvětlíme reologický význam řešení. Dále odvodíme variační formulaci dotvarování a smršťování, rovnice pro deformaci konstrukce a přibližné řešení přetvárnými moduly.

### Průběh dotvarování a smršťování

Při stálém napětí je průběh plastické deformace způsobené dotvarováním v určitém místě konstrukce určen křivkou součinitele dotvarování, jejichž hodnoty udávají poměr deformace plastické k pružné deformaci v tomto místě. Průběh této křivky závisí na mnoha faktorech. Pro usnadnění výpočtu jej normy všech států více či méně idealizují, zjednodušují. Všechny normy včetně ČSN uvažují závislost průběhu pouze na čase. Norma DIN však činí konečné hodnoty závislé ještě na krychelné pevnosti betonu, která je též funkcí více činitelů.

Skutečný průběh této křivky se od ideální křivky odlišuje hlavně značnou závislostí na atmosférických podmínkách, zvl. teplotě a vlhkosti, což potvrzují četná pozorování (např. most přes Neckar [8], str. 97, obr. 2, 67). Konečná hodnota dotvarování při stejné starém betonu však na těchto vlivech prakticky nezávisí, poněvadž se atmosférické vlivy částečně po proběhnutí ročního cyklu a téměř zcela po proběhnutí několika let vyrovnávají. Proto při stejné starém betonu není v praktických výpočtech třeba atmosférické vlivy uvažovat, neboť nás zajímají hlavně krajní hodnoty, tj. počáteční a konečné.

U konstrukcí z betonu z různého stáří však konečné účinky závisí též na tom, jak velký je rozdíl plastických deformací jednotlivých částí různého stáří v době než začaly spolupůsobit, tj. jak velká plastická deformace proběhla

v jedné části do té doby, než byla vybetonována část druhá. Tato deformace je určena změnou součinitele dotvarování v době mezi vybetonováním jednotlivých částí. Jelikož je tato doba krátká, nelze v ní předpokládat vyrovnání atmosférických vlivů a je tedy nutno vzít je v úvahu. Uděláme to tak, že při určení součinitele dotvarování místo skutečného času  $t$  dosadíme tzv. redukovaný čas  $\tau$ , tj. že v roční době s velkým dotvarováním (letní měsíce) zavedeme do počtu určitý násobek časového rozdílu apod. Redukovaný čas  $\tau$  doporučujeme zhruba zavést v měsících červen až srpen  $\frac{2}{3}$  resp. až  $\frac{3}{4}$  skutečné doby, v měsících prosinec až únor  $\frac{2}{3}$  resp. až  $\frac{1}{2}$  skutečné doby a ve zbývajících měsících nezměněnou hodnotou. Do počtu je nutno vzít zároveň buď první, nebo druhé hodnoty redukčních koeficientů času, neboť jejich hodnoty si vzájemně odpovídají. Tak součet redukovaného času byl za jeden rok roven právě jednomu roku. Osa skutečného času  $t$  a redukovaného času  $\tau$  je vyznačena např. v harmonogramu podle obr. 4.

Zvolme počátek měření času pro celou konstrukci a označme  $\tau$  čas (redukovaný), měřený od tohoto okamžiku. Času  $t$  odpovídá základní křivka  $\varphi(t)$  součinitele dotvarování, jejíž průběh je předepsán normou. Počátek času  $\tau$  je vhodné volit tak, aby čas  $\tau$  vyjadřoval zhruba průměrné stáří betonu konstrukce.

V určitém okamžiku, daném časem  $\tau$ , má beton v místě  $r$  stáří  $t_r$ . Pro výpočet zavedeme zjednodušující předpoklad, že křivka  $\varphi_r(t)$  součinitele dotvarování v místě  $r$  je afinním obrazem základní křivky  $\varphi(t)$ , přičemž osou afinity je přímka rovnoběžná s osou času. Vyjma případ, kdy bereme v úvahu různý druh betonu (DIN), platí  $\varphi_r(\infty) = \varphi(\infty)$  a osou afinity je pak společná asymptota obou křivek (obr. 1). Afinitu křivek určíme podmínkou, že v časech  $t = t_k$  a  $t \rightarrow \infty$  zůstávají hodnoty  $\varphi_r(t)$  nezakresleny.

Součinitele dotvarování od času  $t_k$  do času  $t$  označme

$$\bar{\varphi}_r(t) = \varphi_r(t) - \varphi_r(t_k), \quad \bar{\varphi}(t) = \varphi(t) - \varphi(t_k)$$

Za předpokladu afinity pak je

$$\bar{\varphi}_r(t) = \kappa \bar{\varphi}(t) \quad (1)$$

kde číslo

$$\kappa = \frac{\bar{\varphi}_r(\infty)}{\bar{\varphi}(\infty)} = \frac{\varphi_r(\infty) - \varphi_r(t_k)}{\varphi(\infty) - \varphi(t_k)} \quad (2)$$

nazveme koeficientem afinity dotvarování v místě  $r$ . Jeho hodnota závisí na časech  $t_k$  a  $t_{kr}$  (redukovaných). Pro urychlení výpočtů byl pro hodnoty  $\kappa$ , odpovídající průběhu  $\varphi(t)$  podle ČSN 732 001, sestrojen grafikon na obr. 2.

Předpoklad afinity je splněn přesně jedině tehdy, má-li koeficient dotvarování  $\varphi(t)$  Dischingerem zavedený průběh  $\varphi(t) \sim 1 - e^{-t}$ , kde platí (pro  $\varphi_r(\infty) = \varphi(\infty)$ )

$$\kappa = \frac{1 - (1 - e^{-t_{kr}})}{1 - (1 - e^{-t_k})} = e^{(t_{kr} - t_k)}$$

Rovnicí (2) jsme zavedli předpoklad afinity i pro průběh  $\varphi(t)$  podle naší nebo jiné normy, kdy však není zcela přesně splněn. Je to však opodstatněno těmito skutečnostmi: 1. Odchyly jsou malé a vzhledem k nemožnosti přesně stanovit součinitele dotvarování, bezvýznamné. — 2. Atmosférické vlivy zkrusují všechny křivky dotvarování ve stejném poměru, čili zachovávají právě a jedině afinní vztah. Předpokládat, že křivky součinitele dotlačování jsou posunutým obrazem základní křivky, bylo by zcela chybné, protože zde nelze brát v úvahu ideální křivky, ale křivky

skutečné, zkruslené atmosférickými vlivy. — 3. Předpoklad afinity umožňuje matematické řešení.

Předpoklad afinity je jediným předpokladem, jež potřebujeme pro další matematické řešení. Jinak může  $\varphi(t)$  být libovolná spojitá rostoucí funkce času.

Průběh smršťování je popsán hodnotami poměrného smrštění  $\bar{\varepsilon}_{smr}(t) = \varepsilon_{smr}(t) - \varepsilon_{smr}(t_k)$  od času  $t_k$  do času  $t$ , které jsou normami jednoduše zaváděny jako úměrné hodnotám  $\bar{\varphi}(t)$ , tj.

$$\bar{\varepsilon}_{smr}(t) = \frac{\varepsilon_{sm}(\infty)}{\varphi(\infty)} \bar{\varphi}_r(t) = \kappa \frac{\varepsilon_{sm}(\infty)}{\varphi(\infty)} \bar{\varphi}(t) \quad (3)$$

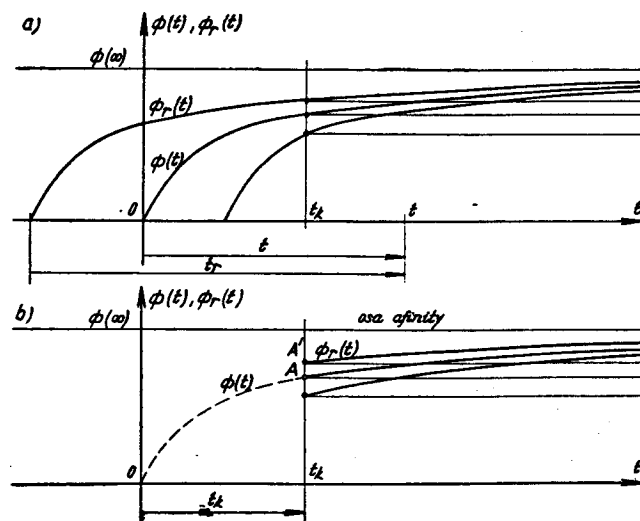
Deformace staticky určité konstrukce od dotvarování a smršťování

Mějme staticky určitou konstrukci  $K$ , která je od stálého zatížení namáhána neměnnými momenty  $M$ , normálními silami  $N$  a posouvajícími silami  $T$ . U předpjaté konstrukce je nutno do stálého zatížení zahrnout též předpětí, které je sice vlivem ztrát mírně proměnné, ale je možno je přibližně zavést konstantní střední hodnotou, kterou obdržíme odečtením všech počátečních a krátkodobých ztrát a zhruba jedné poloviny ztrát dotvarováním a smršťováním. Necht  $\bar{M}$ ,  $\bar{N}$ ,  $\bar{T}$  jsou ohybové momenty a normální a posouvající síly, které by vznikly zatížením veličinou  $\bar{X} = 1$ . Předpokládáme-li stejné stáří betonu v rozsahu jednoho průřezu, jsou relativní pootočení a podélné a příčné posunutí dvou sousedních průřezů konstrukce vzdálených  $d_s$  v místě  $r$  od času  $t_k$  do času  $t$ , způsobená dotvarováním a smršťováním, rovna

$$\bar{\varphi}_r(t) \frac{M d_s}{E \bar{J}}, \quad \bar{\varphi}_r(t) \frac{N d_s}{E F} + \varepsilon_{smr}(t) d_s, \quad \bar{\varphi}_r(t) \frac{\alpha T d_s}{G F}$$

Zde značí  $\bar{J}$  moment setrvačnosti a  $F$  plochu průřezu  $r$ ,  $E$  modul pružnosti v tlaku a tahu a  $G$  ve smyku,  $\alpha$  rozdělovací číslo smyku průřezu.

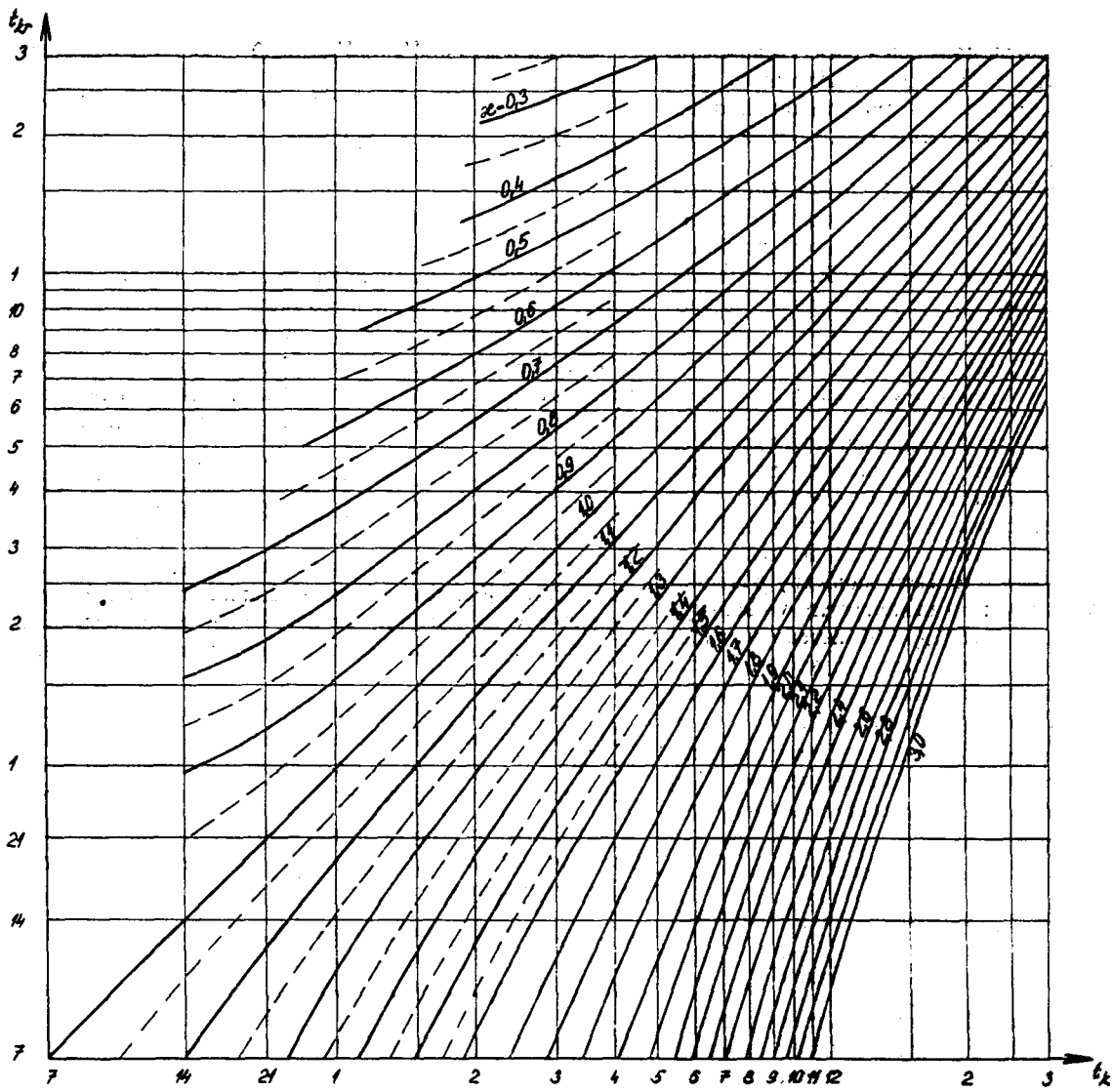
Z rovnosti virtuálních prací vnitřních a vnějších sil, vy-



Obr. 1. a) Ideální křivky; b) afinní ideální křivky součinitelů dotvarování

konaných od času  $t_k$  do času  $t$ , plyne, že deformace  $\delta(t)$  ve smyslu veličiny  $X$  od dotvarování a smršťování pod stálým zatížením od času  $t_k$  do času  $t$  se rovná

$$\delta(t) = \int_{t_k}^t \left[ \bar{\varphi}_r(\tau) \frac{M \bar{M}}{E \bar{J}} + \bar{\varphi}_r(\tau) \frac{N \bar{N}}{E F} + \right]$$



Obr. 2. Hodnoty koeficientu afinity dotvarování  $\alpha$  v závislosti na časech  $t_k$  a  $t_{kr}$

$$+ \varepsilon_{smr}(t) \bar{N} + \varphi_r(t) \frac{\alpha T \bar{T}}{G' F} \Big] ds \quad (4)$$

kde  $K$  značí integraci přes obor celé konstrukce  $K$ . U prostorové konstrukce bychom v závorce psali ještě další obdobné členy pro vliv krouticích a příčných ohybových momentů a posouvajících sil. Vliv posouvajících a někdy i normálních sil lze přibližně zanedbat.

Označme dále

$$E' = \frac{E}{\alpha}$$

Konstrukci s moduly pružnosti  $E'$ , geometricky shodnou s konstrukcí  $K$ , nazvěme transformovanou konstrukcí  $K'$ . Modul pružnosti ve smyku transformované konstrukce se rovná  $G' = E'/2(1 + \mu) = G/\alpha$ .

Rov. (4) můžeme upravit na

$$\delta(t) = \varphi(t) \int_K \left[ \frac{M\bar{M}}{E'J} + \frac{N\bar{N}}{E'F} + \alpha \frac{\varepsilon_{sm}(\infty)}{\varphi(\infty)} \bar{N} + \frac{\alpha T\bar{T}}{G'F} \right] ds \quad (5)$$

Poněvadž zde hodnota integrálu znamená pružnou deformaci transformované konstrukce, můžeme vyslovit větu:

Deformace staticky určité konstrukce  $K$  vlivem dotvarování a smršťování od času  $t_k$  do času  $t$  je rovna  $\varphi(t)$  — násobku pružné deformace transformované konstrukce  $K'$  s  $\frac{1}{\alpha}$  násobnými moduly pružnosti pro dané stálé zatížení a poměrná smrštění  $\alpha \frac{\varepsilon_{sm}(\infty)}{\varphi(\infty)}$ .

#### Proměna napjatosti staticky neurčité konstrukce

Nechť daná  $n$ -krát staticky neurčitá konstrukce  $K$  přejde uvolněním  $n$  staticky neurčitých, na čase závislých vazeb  $X_1(t), \dots, X_n(t)$  na zvolenou základní staticky určitou soustavu. Označme  $\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \mathfrak{T}$  síly v průřezu  $r$  na základní soustavě od stálého zatížení a  $\bar{M}_i, \bar{N}_i, \bar{T}_i$  od zatížení veličinou  $\bar{X}_i = 1$ . Pak síly  $M(t), N(t), T(t)$  v průřezu  $r$  na staticky neurčité konstrukci jsou

$$M(t) = \mathfrak{M} + \bar{M}_1 X_1(t) + \dots + \bar{M}_n X_n(t) \quad (6)$$

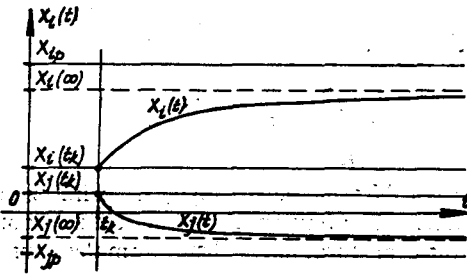
a obdobně pro  $N(t)$  a  $T(t)$  (snadno bychom též mohli rozšířit pro prostorové namáhání průřezu).

Dotvarování a smršťování betonu konstrukce způsobí proměnu veličin  $X_1(t), \dots, X_n(t)$ . Počáteční podmínky pro  $X_1(t), \dots, X_n(t)$  jsou dány postupem výstavby konstrukce: 1. Nemění-li se statické působení konstrukce, jako např.





Při více než dvoj- až trojnásobné statické neurčitosti je již pracnost přesného výpočtu neúměrně velká jeho významu a doporučujeme proto např. uvažovat konstrukci zjednodušeného, 1 až 2-krát staticky neurčitého systému nebo aspoň na tomto systému počítat  $\lambda_i$  a  $k_i(t)$ , zatímco  $X_{ip}$ ,  $X_i(t_k)$  a  $C_i$  určíme na soustavě nezjednodušené.



Obr. 3. Průběh namáhání konstrukce v čase  $t$

Při předběžném návrhu stačí užít některého z přibližných vzorců, jež nyní uvedeme. Přibližně je možno psát

$$X_i(t) = X_i(t_k)e^{-\varphi(t)} + X_{ip}(1 - e^{-\varphi(t)}) \quad (14a)$$

Tento vzorec je přesným pro jedenkrát staticky neurčitou konstrukci, jestliže byl u ní vhodně zvolen počátek času  $t$ , tj. tak, aby bylo  $\lambda = -1$  (vhodný odhad středního stáří betonu). Připomeňme zde, že pro železobetonové konstrukce je nutno vzhledem k tomu, že beton nepůsobí v tahu a že tlak eventuálně též přenáší tlaková výztuž, volit asi  $\frac{1}{3}$  až  $\frac{1}{2}$  součinitele  $\varphi(t)$  pro tlak (3). Ještě hrubší odhad skýtá vzorec

$$X_i(\infty) = X_i(t_k) + (0,60 \text{ až } 0,95) [X_{ip} - X_i(t_k)] \quad (14b)$$

kteří platí pro konstrukce, kde je celý průřez tlačěn (předpětí a klenby). U železobetonových konstrukcí se pohybuje koeficient v rozmezích 0,22 až 0,47. Větší hodnoty koeficientu je zde třeba volit, začne-li stálé zatížení na staticky neurčitou konstrukci působit velmi brzo po dokončení betonáže, menší hodnoty, začne-li pozdě.

Z odvozených rovnic lze též jako speciální případ určit vliv změny statického působení a smršťování s dotvarováním, jestliže veškerý beton konstrukce je stejně starý (např. montáž spojitého nosníku [5], [6]). Pro tento případ platí  $\delta'_{ij} = \delta_{ij}$ ,  $\delta'_j = \delta_j$ ,  $\delta'_{smj} = \delta_{smj}$  pro všechna  $i, j$ . Transformované konstrukce se ztotožní s danou konstrukcí. Partikulární řešení se rovná pružnému řešení na dané konstrukci pro dané stálé zatížení (včetně předpětí) a poměrná smrštění  $\frac{\varepsilon_{sm}(\infty)}{\varphi(\infty)}$ , tj. jako kdyby zatížení a smrštění působilo od počátku na definitivní soustavě a nebylo dotvarování [3], [8], [11]. Napíšeme-li systém rovnic pro partikulární řešení a porovnáme-li jej se systémem přetvárných výmínek, zjistíme, že platí

$$\frac{dX_i(t)}{d\varphi} + X_i(t) = X_{ip}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

Při počátečních hodnotách  $X_i(t_k)$  staticky neurčitých plyne z těchto diferenciálních rovnic

$$X_i(t) = X_i(t_k) + [X_{ip} - X_i(t_k)] (1 - e^{-\varphi(t)}) \quad (16)$$

Proměna všech hodnot  $X_i(t)$  se děje podle téže funkce.

Všimněme si též, že rovnice (15) má při počátečních podmínkách za řešení konstanty  $X_i(t_k) = X_{ip}$ . Potvrzuje to, že nezmění-li se statické působení, nepůsobí samo dotva-

rování (bez smršťování) při stejně starém betonu žádnou změnu napjatosti.

#### Přibližné řešení přetvárnými moduly na ideální konstrukci

Nemění-li se statické působení konstrukce, bývají někdy přesuny napjatosti malé. V tomto případě lze někdy použít přibližného řešení, které je obdobou výpočtu napětí v průřezu z různých hmot metodou ideálního průřezu. Při tomto řešení vycházíme z přibližného předpokladu, že rozdělení namáhání po konstrukci se dotvarováním nemění. Podmínečnými rovnicemi jsou přetvárné výminky pro celý časový úsek od času  $t_k$  do času  $t$ . Snadno lze dokázat, že tyto přetvárné výminky jsou totožné s pružnými přetvárnými výminkami konstrukce, jež má místo modulů  $E$  tzv. přetvárné

moduly pružnosti  $\frac{E}{1 + \varphi(t)}$ . Konstrukci s těmito moduly nazveme ideální konstrukcí.

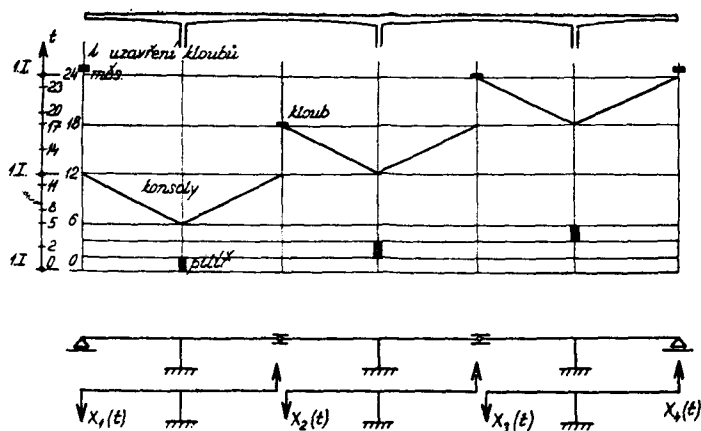
Všimněme si vztahu tohoto přibližného řešení k řešení přesnému, nemění-li se statické působení. Snadno se přesvědčíme, že počáteční (pružné) řešení je totožné s řešením na ideální konstrukci pro přetvárné moduly, odpovídající  $\varphi(t) = 0$  a partikulární řešení pro moduly odpovídající  $\varphi(t) \rightarrow \infty$ . Předpokládáme-li, že s rostoucím  $\varphi(t)$  se napjatost ideální konstrukce mění podle monotónních funkcí, plyne odtud, že napjatost ideální konstrukce leží mezi napjatostí počátečního řešení na dané pružné konstrukci a napjatostí partikulárního řešení na transformované (vazké) konstrukci. Vyhovuje tedy přibližné řešení přetvárnými moduly základním mezím řešení přesného.

Někdy lze tímto postupem získat uspokojivé výsledky. Největší chybu lze očekávat tehdy, je-li napjatost nejvíce vzdálena pružné i transformované konstrukci, tj. asi při hodnotách  $\varphi(t) = 1$  až 2 (u konzol letmo betonovaného mostu chyba 20 až 30%). Ve vztahu ke dříve podanému řešení je dále velkou nevýhodou to, že nedává nejmenší představy o mezích přesného řešení, přičemž může svádět počtáře k vyčíslování se zbytečně velkou přesností. Chyba může být značná, aniž bychom to věděli. Doporučujeme proto postupovat dříve vyloženým způsobem.

#### Praktický výpočet a závěry

Vlivy dotvarování a smršťování mají největší význam u mostních konstrukcí. Typickým příkladem konstrukce se složitě proměnným stářím betonu jsou předpjaté, letmo betonované mosty, u nichž je nutno vliv dotvarování vždy posoudit. Jejich statický systém může být různý — spojitý nosník, eventuálně s klouby, rám, sdružený rám, s vloženými klouby nebo i bez nich. U tohoto typu mostů je stáří betonu po konzole plynule proměnné a mimoto dvě konzoly jednoho pole jsou různě staré, protože je výhodné vyrábět je po sobě jediným betonážním vozíkem. Spojíme-li obě konzoly uprostřed pole kloubem, vznikne v něm posouvající síla, neboť kdyby konzoly nebyly spojeny, vykazala by mladší konzola dotvarováním větší průhyb. Tato posouvající síla v jedné konzole zvětšuje momenty, v druhé je zmenšuje. Krajní pole se někdy buduje též letmou betonáží směrem z pilíře na pevnou opěru. Konzola pak plasticky dosedá na opěru, reakce se zvětšují a vzrůstá moment v poli. Změna momentu od dotvarování zde může být velmi značná.

Před posouzením vlivu dotvarování a smršťování musíme znát napřed harmonogram betonování konstrukce, erý převedeme k redukovanému času (obr. 4). Koefi-



Obr. 4. Příklad harmonogramu betonáže z návrhu mostu v Praze přes Vltavu

cienty  $\delta_j$  a  $\delta_{ij}$  byly již dříve ve statickém výpočtu stanoveny. Při výpočtu koeficientů  $\delta_j'$  a  $\delta_{ij}'$  pro transformovanou konstrukci stanovíme napřed redukované stáří  $t_{kp}$ , z něho pak pro jednotlivé hodnoty určíme koeficienty a znásobíme jimi hodnoty  $M\bar{M}_j ds/E\mathcal{J}$ ,  $\bar{M}_i\bar{M}_j ds/E\mathcal{J}$ , ..., které jsme již dříve vyčíslili pro výpočet koeficientů  $\delta_j$ ,  $\delta_{ij}$ . Z hodnot  $\approx M\bar{M}_j ds/E\mathcal{J}$ ,  $\approx \bar{M}_i\bar{M}_j ds/E\mathcal{J}$ , ... pak vypočteme  $\delta_j'$ ,  $\delta_{ij}'$ , např. podle Simpsonova pravidla, čímž podklad výpočtu je hotov.

Přesuny napjatosti, určené hodnotami  $X_i(\infty) - X_i(t_k)$  jsou tím větší, čím větší jsou rozdíly ve stáří betonu a tím menší, čím je beton v době osazení kloubů starší. Vliv rozdílu stáří betonu je větší než vliv stáří v době osazení kloubů. Poměrně malý vliv má velikost  $\bar{\varphi}(\infty)$ . Konečné hodnoty vůbec nezávisí na průběhu  $\bar{\varphi}(t)$  s časem. Nejmenších přesunů napjatosti dosáhneme jednak co nejrychlejší betonáží, jednak též osazením kloubů co nejpozději. Ve skutečnosti je však nutno osadit klouby ihned po dokončení konzol, aby byla zaručena jejich vstřícnost. Účinky lze zmenšit rektifikacemi.

Je důležité si uvědomit, že největší vliv na velikost účinků od dotvarování má sama velikost stálých momentů  $M$ , tj. souhrnných momentů od stálého zatížení a předpětí, která je dána velikostí momentů od předpětí. Momenty od předpětí působí v opačném smyslu než momenty od stálého zatížení, a proto je zmenšují. Do jaké míry se mění účinky stálého zatížení a předpětí, závisí hlavně na excentricitě kabelu, volbě výšky průřezu a poměru stálého a nahodilého zatížení. Může se stát, že účinky předpětí zhruba vyrovnávají účinky stálého zatížení. Předem však tento případ předpokládat nelze, neboť nastat nemusí.

U vnitřních konzol letmo betonovaných mostů činí účinky dotvarování obvykle 1 až 6 %  $M_g$ . Při návrhu velkého letmo betonovaného sdruženého rámového mostu s klouby, o čtyřech polích rozpětí 63 + 114 + 114 + 63 m, v Praze přes Vltavu pod Bulovkou, jehož harmo-

nogram je na obr. 4, vyšly momenty v lici pilíře, způsobené změnou posouvající síly v kloubu vnitřního pole od dotvarování, v hodnotě 2,5 %  $M_g$ , což je poměrně málo. Znamená to, že byl zvolen takový průřez a excentricita kabelu, u něhož předpětí zhruba ruší účinky vlastní váhy na pružný průhyb.

U montovaných spojitých nosníků a nosníkových roštů se může stát, že jednotlivé prefabrikáty jsou různě staré nebo jsou spojovány staveništním betonem. K zmenšení účinků dotvarování je třeba, aby jednotlivé prvky byly pokud možno stejně staré, nebo aby se staveništním betonem spojovaly co nejmladší prvky. Může se však stát, že jsou k dispozici pouze prvky různě staré. Pak je nutno použít méně účinného způsobu — spojit prvky co nejpozději.

Někdy používáme jedné skruže a bednění opakovaně pro dvě sousední pole nebo skruží s bedněním posouváme v příčném směru anebo na jednom bednění na staveništi vyrábíme postupně nosníky mostu. Spolupůsobí-li tyto části, je nutno vzít v úvahu rozdíl stáří betonu.

Účinky smršťování se vzhledem k různému stáří projevují u letmo betonovaných rámců bez vložených kloubů, u montovaných rámců a oblouků, u oblouků betonovaných po lamelách apod.

Popsaným způsobem lze počítat vliv dotvarování a smršťování i u konstrukcí, v nichž spolupůsobí betonové části s ocelovými, neboť ocel můžeme považovat za beton nekonečně starý, pro nějž dosadíme  $\alpha = 0$ .

Vlivy dotvarování a smršťování jsou nejvýznamnější u mostů větších rozpětí, protože u nich vnitřní síly do stálého zatížení mají větší podíl.

Z nadhozených příkladů plyne, že poznání reologických vlastností není jen teoretickou záležitostí, ale umožňuje navrhovat stavební konstrukce bezpečněji, hospodárněji a směleji.

#### LITERATURA

- [1] Bechyně St.: Betonové stavitelství III, sv. druhý, Praha 1956, SNTL
- [2] Dašek V.: Statika rámových konstrukcí, Praha 1959, NČSAV
- [3] Dischinger F.: Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere Bogenbrücken, Bauingenieur, 1937, str. 437
- [4] Finsterwalder U., Knittel G.: Die neue Moselbrücke in Koblenz, Bauingenieur, č. 8/1954
- [5] Grigar K.: Účinek dotlačování betonu při změně statického působení konstrukce, Inž. stavby, č. 3/1955
- [6] Janda L.: Vliv dotlačování betonu a vliv proměny modulu pružnosti s časem na spojitě nosníky betonované vývojevou metodou, Sborník vědeckých prací ČVUT-FIS, Praha 1958, SNTL
- [7] Klimeš J.: Betonové mosty III (skripty), Praha 1958, SNTL
- [8] Leonhard F.: Předpjatý beton v praxi, Praha 1958, SNTL (překlad z němčiny)
- [9] Stěpanov V. V.: Kurs diferenciálních rovnic, Praha 1952, Přírodovědecké vydavatelství (překlad z ruštiny)
- [10] Vojtěch J.: Základy matematiky, II. díl, Praha 1945, Jednota českých matematiků a fysiků
- [11] Zůda K.: Navrhování konstrukcí z předpjatého betonu, Praha 1958, SNTL