

## ROZMĚROVÝ EFEKT, JEHO PODÍL NA PŘÍPADECH KATASTROFICKÉHO ZHROUCENÍ KONSTRUKCÍ A DŮSLEDKY PRO NÁVRHOVÉ NORMY

## ROZMĚROVÝ EFEKT, JEHO PODÍL NA PŘÍPADECH KATASTROFICKÉHO ZHROUCENÍ KONSTRUKCÍ A DŮSLEDKY PRO NÁVRHOVÉ NORMY

ZDENĚK P. BAŽANT

Během uplynulých dvou desetiletí byl objeven energetický rozměrový efekt pro nejrůznější typy kvazikřehkých materiálů a jeho existence byla všeobecně uznána odborníky v oblasti lomové mechaniky. Jelikož přímé experimentální ověření rozměrového efektu je pro beton prakticky neuskutečnitelné, je užitečné znovu analyzovat některá katastrofická selhání konstrukcí. Rozbor několika takových případů, např. kolapsu Sleipnerovy ropné plošiny, mostu přes Schoharie Creek, viaduktů zničených zemětřeseními v Kobe, Oaklandu a Los Angeles nebo přehrad Malpasset a St. Francis, ukazuje, že ke zhroucení musel významně přispět energetický rozměrový efekt, v některých případech spojený s klasickým statistickým rozměrovým efektem. Podíl rozměrového efektu nebyl rozpoznán při oficiálním vyšetřování téměř žádného kolapsu kvazikřehké konstrukce z toho důvodu, že platné normy pro navrhování obsahují skryté rezervy bezpečnosti, které zamlžují důkazy soudních znalců. Pro realistické posouzení rizika selhání bude kromě zavedení rozměrového efektu do normových předpisů pro všechny typy křehkého porušení zapotřebí také přímé a otevřené zahrnutí součinitelů spolehlivosti odpovídajících skrytým rezervám.

*Během uplynulých dvou desetiletí byl objeven energetický rozměrový efekt pro*

*nejrůznější typy kvazikřehkých materiálů a jeho existence byla všeobecně uznána odborníky v oblasti lomové mechaniky. Jelikož přímé experimentální ověření rozměrového efektu je pro beton prakticky neuskutečnitelné, je užitečné znovu analyzovat některá katastrofická selhání konstrukcí. Rozbor několika takových případů, např. kolapsu Sleipnerovy ropné plošiny, mostu přes Schoharie Creek, viaduktů zničených zemětřeseními v Kobe, Oaklandu a Los Angeles nebo přehrad Malpasset a St. Francis, ukazuje, že ke zhroucení musel významně přispět energetický rozměrový efekt, v některých případech spojený s klasickým statistickým rozměrovým efektem. Podíl rozměrového efektu nebyl rozpoznán při oficiálním vyšetřování téměř žádného kolapsu kvazikřehké konstrukce z toho důvodu, že platné normy pro navrhování obsahují skryté rezervy bezpečnosti, které zamlžují důkazy soudních znalců. Pro realistické posouzení rizika selhání bude kromě zavedení rozměrového efektu do normových předpisů pro všechny typy křehkého porušení zapotřebí také přímé a otevřené zahrnutí součinitelů spolehlivosti odpovídajících skrytým rezervám.*

Až do osmdesátých let minulého století se mělo za to, že veškeré pozorované rozměrové efekty jsou statistického původu, v souladu s Mariottovým zdůvodněním z poloviny 17. století a Weibullovým

matematickým modelem z roku 1939. V průběhu posledních dvaceti let se ukázalo, že v kvazikřehkých konstrukcích, tj. v heterogenních konstrukcích s lomovou procesní zónou (fracture process zone, FPZ) nezanedbatelných rozměrů ve srovnání s rozměrem průřezu  $D$ , dochází k silnému energetickému rozměrovému efektu, který má deterministický charakter a je způsoben přerozdělením napětí v důsledku šíření trhlin a odpovídajícím uvolňováním energie.

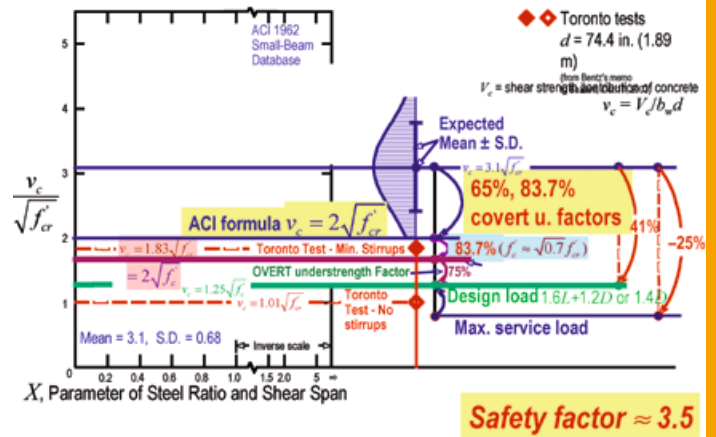
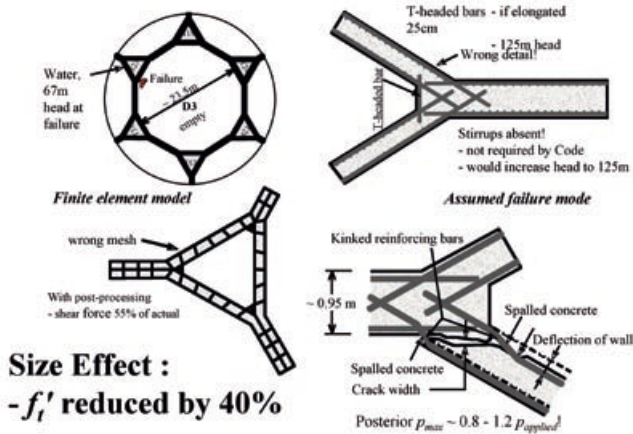
Zvláštností rozměrového efektu v betonových konstrukcích je skutečnost, že jeho význam roste pro konstrukce velkých rozměrů, jejichž experimentální testy by byly neúnosně drahé. Pouhá empirická extrapolace pokusů provedených na malých vzorcích vede k nejednoznačným výsledkům, což se stalo zdrojem zbytečných polemik. Je proto nezbytné vyjít z vhodné teorie, která musí být samozřejmě ověřena testy na laboratorních vzorcích a na redukovaných modelech konstrukcí. Důvěra v takovou teorii může být posílena analýzou kolapsů mimořádně velkých konstrukcí. Poruchy takových konstrukcí jsou bohužel asi tisíckrát častější než poruchy malých konstrukcí. To ukazuje, že současný stav je neuspokojivý. V tomto článku ukážeme, že oficiální posouzení mnoha případů selhání velkých konstrukcí bylo neúplné a že v řadě z nich hrála významnou roli rozměrový efekt.

### SLEIPNEROVA PLOŠINA A DALŠÍ PŘÍPADY KATASTROF S ROZMĚROVÝM EFEKTEM ZPŮSOBENÝM VELKÝMI TRHLINAMI

V roce 1991 se během ponořovacího testu v jednom norském fjordu náhle rozpadla rekordně velká Sleipnerova ropná plošina (obr. 1) v ceně přes 300 milionů dolarů. Naštěstí přitom nedošlo ke ztrátám na životech. Pátrání ukázalo, že příčinou bylo smykové selhání stěny trojú-



Obr. 1 Sleipnerova plošina – celkový pohled  
Obr. 1 Sleipnerova plošina – celkový pohled



Obr. 2 Sleipnerova plošina – příčiny zhroutilí

Obr. 2 Sleipnerova plošina – příčiny zhroutilí

helníkové buňky mezi sousedními ropnými zásobníky, příčně zatížené tlakem vody (obr. 2). Vládní komise uvedla ve své zprávě dvě příčiny této nehody:

- nevhodnou síť konečných prvků, která způsobila chybu asi 35 % ve výpočtu podle teorie pružnosti,
- nesprávné rozmístění výztuže s nedostatečnou kotevní délkou.

Podle komise byla kombinace těchto dvou chyb dostatečným vysvětlením, protože vyčerpala rezervy bezpečnosti zahrnuté v součiniteli zatížení tlakem vody (který byl podle předpisů ACI roven 1,4) a součiniteli spolehlivosti materiálu pro smykové namáhání nosníků, jehož aplikace podle tehdejších předpisů ACI vedla k redukci pevnosti na 85 % a podle novějších dokonce na 75 %. Při bliž-

Obr. 4 Energetický (kvazikřehký) rozměrový efekt a jeho statistické zobecnění

Obr. 4 Energetický (kvazikřehký) rozměrový efekt a jeho statistické zobecnění

ším prozkoumání experimentálních dat, na jejichž základě byl stanoven normový předpis platný pro smykové porušení (obr. 3), však vyjde najevo, že takové vysvětlení je zjevně neúplné.

Vzorec doporučený normou pro přepočet pevnosti v tlaku na smykovou pevnost byl zvolen tak, že výsledek neodpovídá experimentálně zjištěné střední hodnotě, ale jen jejím 65 %. Navíc deterministická analýza nesmí vycházet z průměrné pevnosti v tlaku zjištěné na betonových vzorcích, ale ze 70 % průměrné pevnosti. Z tohoto důvodu je pro normální nosníky a jednosměrně působící desky celkový faktor bezpečnosti (definovaný jako střední hodnota zatížení skutečně vedoucího k selhání dělená maximálním návrhovým zatížením) přibližně roven 3,5. Tzn. že i kdyby byla rezerva bezpečnosti daná součinitelem zatížení a součinitelem spolehlivosti materiálu vyčerpána zmíněnými dvěma chybami, stále by zbyvala další bezpečnostní rezerva (s pravděpodobností asi 99 %). Ke zhroutilí tedy musel přispět ještě nějaký další jev. Jediným logickým vysvětlením je rozměrový efekt (což byl také závěr, ke které-

Obr. 3 Otevřené a skryté součinitele spolehlivosti pro smykové namáhání nosníků

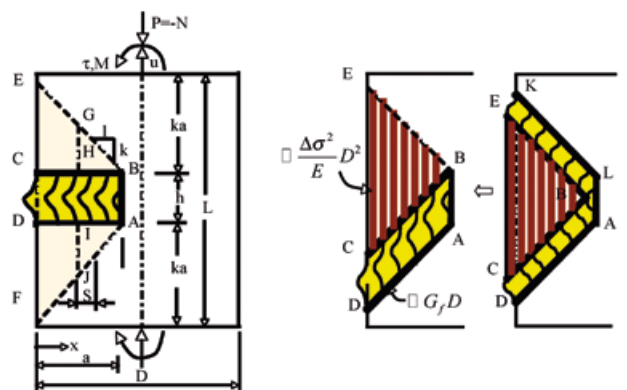
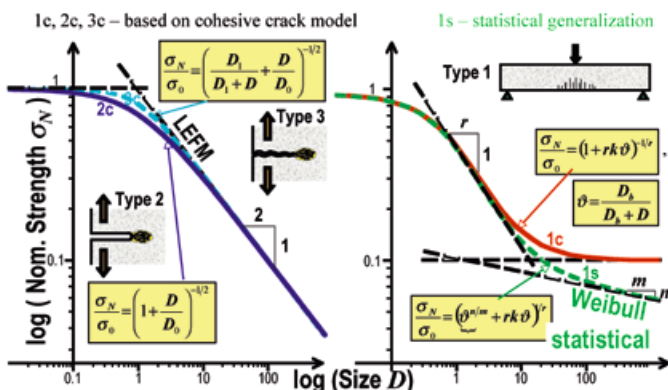
Obr. 3 Otevřené a skryté součinitele spolehlivosti pro smykové namáhání nosníků

mu dospěl autor jako konzultant projekční firmy Det Norske Veritas).

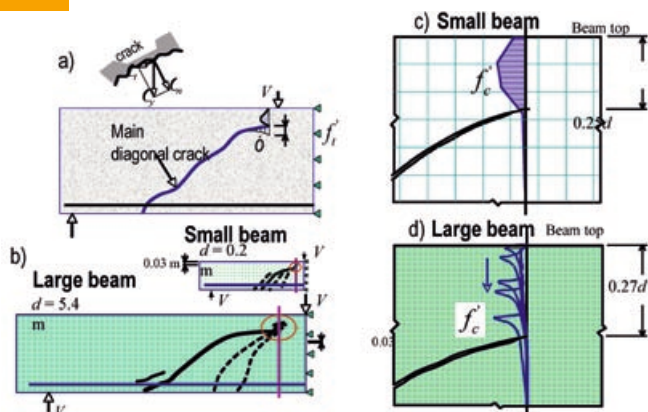
Rozměrovému efektu se nelze vyhnout při žádném kvazikřehkém porušení velkých konstrukcí, a pro smykové porušení to platí dvojnásob. Základní příčinou rozměrového efektu je skutečnost, že o porušení kvazikřehkých materiálů, jako je beton (nebo hominy, vlákny vyztužené kompozity, dřevo, mořský led, houževnatá keramika, tuhé zeminy atd.), nerozhoduje pouze napětí (nebo deformace). Uplatní se také vliv materiálové vlastnosti s fyzikálním rozměrem energie na jednotku plochy  $[J/m^2]$ , zvané lomová energie  $G_f$ . Pevnost materiálu  $f_t$  rozhoduje o tom, zda lom může začít. K tomu,

Obr. 5 Názorné vysvětlení rozměrového efektu při tlakovém porušení

Obr. 5 Názorné vysvětlení rozměrového efektu při tlakovém porušení







Obr. 6 Rozdělení kohezivního napětí podél hlavní diagonální trhliny a rozdělení tlakového napětí nad kořenem trhliny podle simulace metodou konečných prvků

Obr. 6 Rozdělení kohezivního napětí podél hlavní diagonální trhliny a rozdělení tlakového napětí nad kořenem trhliny podle simulace metodou konečných prvků

aby se trhlina skutečně šířila, je ale navíc třeba dodat k jejímu koření dostatečné množství energie, úměrné  $G_f$ . Poměr  $EG_f / f_t^2$  (kde  $E$  je Youngův modul pružnosti) má fyzikální rozměr délky (neboť  $[N/m^2][J/m^2]/[N/m^2]^2 = m$ ) a představuje charakteristickou délku pro daný materiál, která zhruba odpovídá délce plně rozvinuté FPZ (v betonu kolem 0,5 m, v jemnozrnné keramice kolem 1  $\mu m$ , v rozpukaném skalním masívu kolem 100 m). Energetické kritérium vede k rozměrovému efektu, který prakticky vymizí pro „kvaziplastické“ porušení (pro  $D$  blíží se nule) a nejsilnější je pro dokonalé křehké porušení s nejsilnějším možným rozměrovým efektem (pro  $D$  blíží se nekonečnu). Na základě prvních dvou členů asymptotického rozvoje křivek rozměrového efektu do mocnin  $D$  a  $1/D$  lze rozlišit tři typy rozměrového efektu (obr. 4). Pokud se ještě před dosažením maximálního zatížení vytvoří velká trhlina nebo velký pás mikrotrhlin, což se při smykovém namáhání skutečně stává, nastává rozměrový efekt 2. typu, odpovídající křivce v levé části obr. 4.

Energetickou příčinu rozměrového efektu lze názorně vysvětlit na příkladu jednoduchého vzorku (obr. 5), který je původně pod rovnoměrným napětím  $\sigma_N$  buď tahovým nebo tlakovým. Po vytvoření příčného pásu trhlin buď vodorovného nebo šikmo ukloněného (obr. 5) se v trojúhelníkových oblastech po stranách

šířícího se pásu napětí odlehčí, a tudíž se zmenší i deformační energie  $\sigma_N^2/2E$ . Tím se uvolní jistá energie, jejíž celková hodnota je úměrná obsahu trojúhelníkové oblasti. Tento obsah roste přibližně s druhou mocninou délky pásu trhlin. Délka pásu v okamžiku dosažení maximálního zatížení je obvykle úměrná velikosti konstrukce  $D$ , takže uvolněná energie roste úměrně  $D^2$ . Naproti tomu dissipovaná energie je úměrná  $G_f D$  (kde lomová energie  $G_f$  je konstantní), tj. roste s velikostí  $D$  lineárně. Rovnosti obou energií tedy nemůže být dosaženo při konstantním napětí  $\sigma_N$ , ale je třeba, aby pro velké nosníky platilo  $\sigma_N^2/2D \propto G_f D$ , neboli  $\sigma_N \propto D^{-1/2}$ . Jediný rozdíl mezi porušením při tahovém a při tlakovém namáhání spočívá v tom, že při tahu napětí přenášené pásem s trhlinami postupně zcela vymizí, zatímco při tlaku se sníží na jistou nenulovou zbytkovou hodnotu.

Bezprostřední příčinou rozměrového efektu při smykovém namáhání nosníků je skutečnost, že na rozdíl od malých nosníků má ve velkých nosnících rozdělení tlakového napětí v neporušené části průřezu nad kořenem diagonální smykové trhliny (obr. 6) vysoce lokalizovaný charakter. Nelineární výpočet metodou konečných prvků (MKP) ukázal, že během zatěžování se poloha bodu s maximálním napětím posouvá po neporušené části. V oblasti, kterou tento bod již prošel, je beton téměř rozdrčen a napětí vlivem změkčení kleslo blízko k nule, zatímco v oblasti, kterou ještě neprošel, zatím nebyla plně mobilizována pevnost betonu (viz výsledky simulací MKP podle kohezivní lomové mechaniky na obr. 6). Naproti tomu v malých nosnících je rozdělení napětí po neporušené části průřezu téměř rovnoměrné, tj. pevnost betonu je mobilizována v celé oblasti naráz. Ve srovnání s posouvající

Safety factor for shear:

• Small beam:

$$\varphi = \frac{1.6}{0.75 \times 0.83 \times 0.65} = 3.8 = \text{average range from 2.3 to 6}$$

• Large beam (for size effect ratio = 2):

$$\varphi = \frac{1.4}{0.75 \times 0.83 \times 0.65 \times 2} = 1.7 = \text{average range from 1.05 to 2.8}$$

➔ Why is the size effect rarely identified, in analyzing disasters?  
**More than one mistake** is needed to bring down a structure.

Obr. 7 Zatemňující vliv skrytých součinitelů zatížení

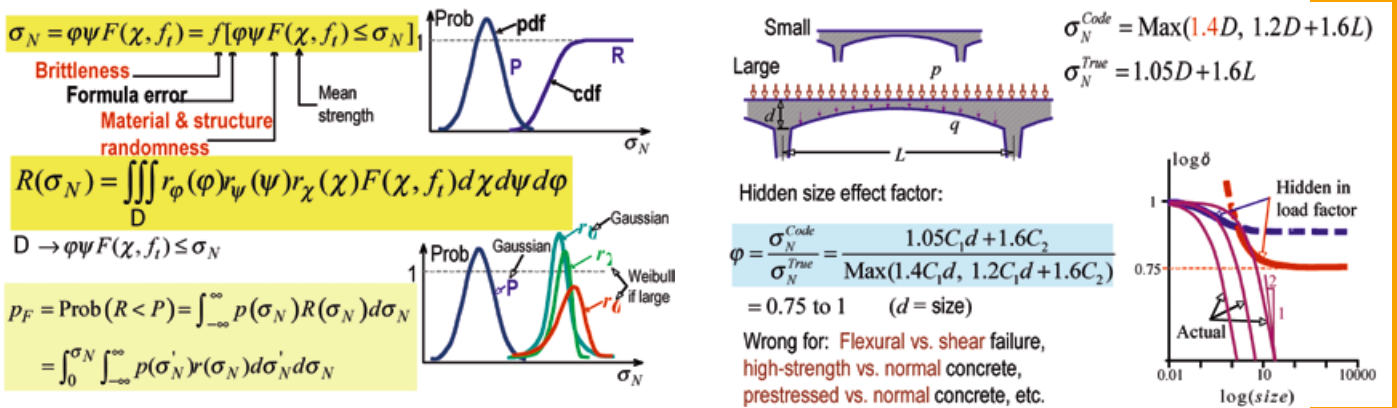
Obr. 7 Zatemňující vliv skrytých součinitelů zatížení

silou přenášenou šikmo tlačnou oblastí nad trhlinou jsou další příspěvky k celkové posouvající síle  $V$ , např. od hmoždíkového efektu ve výztuži nebo od kohezivního napětí přenášeného diagonální trhlinou, zanedbatelné (menší než 5 %).

Ve Slepnerově plošině měla porušená příčně namáhaná stěna tloušťku 0,95 m a podle návrhového vzorce odvozeného Bažantem a Yu (2005), který byl v roce 2005 schválen komisí ACI 446, rozměrový efekt snížil odpovídající pevnost materiálu na zhruba 60 % ve srovnání se stěnou o tloušťce 0,15 m.

Jak je možné, že rozměrový efekt nebyl zmíněn v oficiálním posudku? Důvodem je nepochybně to, že dodatečná rezerva bezpečnosti skrytá ve dvou již zmíněných součinitelích nepřímo obsažených v normě (obr. 3) je tak velká, že ji často lze překonat jen při souběhu několika chyb nebo nedostatků v provedení, přičemž rozměrový efekt je jen jedním z těchto vlivů. Pak je snadné hledat vinu v ostatních chybách a ignorovat rozměrový efekt, jehož uvážení by vyžadovalo dalekosáhlé změny návrhové normy a podkopalo její teoretický základ – teorii mezních plastických stavů. Skryté součinitele spolehlivosti tedy mají matoucí vliv na forenzní analýzu kolapsu konstrukcí (obr. 7).

V současnosti jsou k dispozici sofistikované pravděpodobnostní modely pro stanovení pravděpodobnosti zhroutění konstrukce (obr. 8). Výpočty prováděné podle těchto modelů, které jsou často předváděny na odborných konferencích v oblasti probabilistické mechaniky, ale zůstanou bezvýznamnými hrátkami



Obr. 8 Pravděpodobnost poruchy podle Freudenthalova spolehlivostního integrálu

Obr. 8 Pravděpodobnost poruchy podle Freudenthalova spolehlivostního integrálu

kami, dokud nebudou přiznány skryté součinitele bezpečnosti a jim odpovídající pravděpodobnosti. Až k tomu dojde, budou se v návrhových normách rozeznávat tři typy dílčích součinitelů spolehlivosti materiálu:

- Současný (otevřeně přiznaný) součinitel, který bere v úvahu zejména míru křehkosti daného typu porušení a vede k redukci pevnosti na 90 % pro ohybové porušení a na 75 % pro smykové porušení nosníku.
- Chybový součinitel, který zahrnuje zejména možné nepřesnosti v teorii, z níž návrhová rovnice vychází (na obr. 3 tento součinitel odpovídá redukci na 65 %).

Obr. 10 Viadukt Hanshin po zemětřesení v Kobe roku 1995

Obr. 10 Viadukt Hanshin po zemětřesení v Kobe roku 1995



- Součinitel náhodně proměnných vlastností materiálu, který redukuje tlakovou pevnost na 70 %, z čehož podle vzorce ACI pro přepočít tlakové pevnosti na tahovou vyplývá pro tahovou pevnost redukce na 83,7 % (obr. 3).

Pravděpodobnost porušení se pak spočítá podle integrálu uvedeného na obr. 8 (Bažant a Yu 2006, článek v tisku).

Mnohé příspěvky přednášené na probablistických konferencích prezentují sofistikované modely pro výpočet pravděpodobnosti porušení a za základ berou návrhovou normu. Existence skrytých součinitelů spolehlivosti ale všechny takové snahy znehodnocuje. Tyto součinitele je třeba otevřeně přiznat. Pro každý návrhový vzorec by měly být výslovně uvedeny a norma by měla specifikovat, s jakými pravděpodobnostmi jsou spojeny.

Forenzní analýza je ztížena také další problematickou okolností. Součinitele pro užité a nahodilé zatížení jsou založeny na statistice, ale pro součinitel zatížení odpovídající vlastní tíze a tlaku kapaliny (který je podle normy ACI roven 1,4) tomu tak není. Je snad možné, aby vlivem náhodných odchylek od předpokládané obje-

Obr. 9 Nesprávný rozměrový efekt skrytý v přehnaném součiniteli zatížení vlastní tíhou

Obr. 9 Nesprávný rozměrový efekt skrytý v přehnaném součiniteli zatížení vlastní tíhou

mové hmotnosti betonu a od předpokládaných rozměrů bednění došlo k nárůstu vlastní tíhy o 40 %? Pochopitelně není. Pro malé konstrukce, kde dominantní roli hraje užité zatížení, jsou tedy součinitele zatížení správné, ale pro velké konstrukce, kde dominuje vlastní tíha, nelze statisticky zdůvodnit žádný součinitel větší než 1,05.

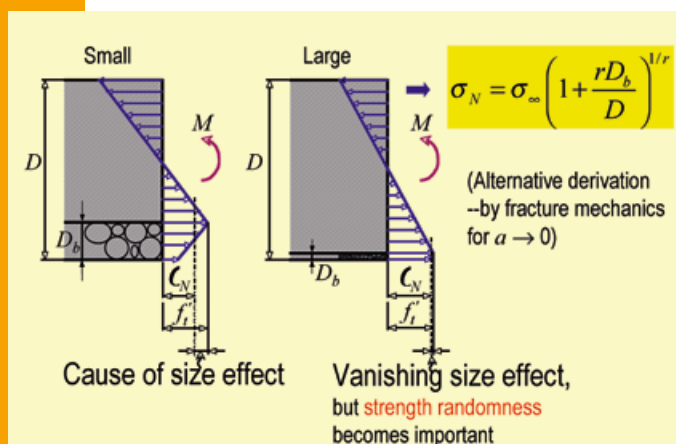
To vše znamená, že mimořádně velké konstrukce jsou penalizovány fiktivním zvýšením zatížení o 35 % (obr. 9). Součinitel zatížení 1,4 ve skutečnosti nahrazuje chybějící součinitel rozměrového efektu, což před uživatelem normy zůstává skryto. Není však rozumné pro duktilní typy porušení v důsledku plastického tečení výztuže, které žádnou ochranu před rozměrovým efektem nepotřebují, postupovat stejně jako pro mimořádně velké konstrukce z betonu nebo kompozitních materiálů porušované smykem, kroucením, propíchnutím, podrcením nebo vyta-



Obr. 11 Most Koror-Babeldaob v Palau, postaven 1977, zničen 1996

Obr. 11 Most Koror-Babeldaob v Palau, postaven 1977, zničen 1996





Obr. 12 Názorné vysvětlení rozměrového efektu 1. typu

Obr. 12 Názorné vysvětlení rozměrového efektu 1. typu

hováním trnů, pro které je tato ochrana nedostatečná. Navíc konstrukcí předpjatým a vyrobeným z vysokopevnostních betonů se dostává menší ochrany než nepředpjatým a z normálního betonu, a to jen proto, že jsou těžší. Přitom by však naopak potřebovaly ochrany více. Tato částečná ochrana před rozměrovým efektem nepochybně zatemnila příčiny vedoucí ke zhroucení Sleipnerovy plošiny a zkomplikovala jejich vyšetřování. Proto je nezbytné provést reformu.

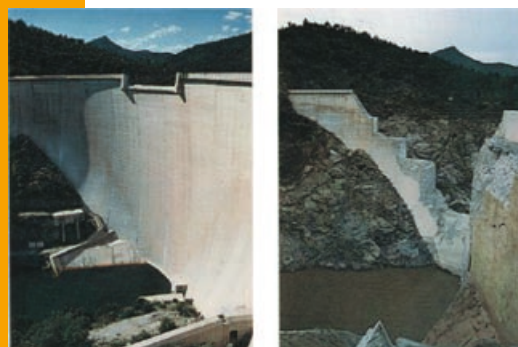
Vzhledem k výše zmíněným iracionálním a skrytým bezpečnostním rezervám je ke zřízení stavební konstrukce obvykle zapotřebí souběhu tří nebo aspoň dvou chyb. Naproti tomu v leteckém inženýrství,

kde se nepoužívají návrhové normy a celkové rezervy bezpečnosti jsou mnohem nižší (kolem 2), má i jediná chyba obvykle fatální důsledky. To neznamená, že máme napodobovat letecké inženýry. Ve stavebnictví si nemůžeme dovolit použití stejných vysoce technologicky vyspělých materiálů se stejnou úrovní kontroly kvality. Měli bychom se však rozumně přizpůsobit skutečnosti, že souběh několika chyb nemá zcela zanedbatelnou pravděpodobnost a občas nastane.

Jsou i další příklady. Jedním z klasických je smykové porušení nosníků skladiště na Wilkinsově letecké základně v Shelby ve státě Ohio roku 1955. V případě sloupů viaduktu Cypress v Oaklandu, které se zřítily při zemětřesení Loma Prieta, nelze popřít oslabení v důsledku nedostatečného příčného vyztužení a kloubu, který vedl ke koncentraci napětí.

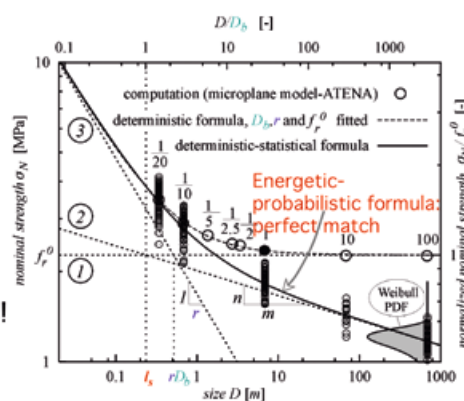
Obr. 13 Přehrada Malpasset

Obr. 13 Přehrada Malpasset



$D_b = l_s$   
assumed

about  
500  
stochastic  
SFEM  
simulations!



Bažant, Vořechovský and Novák, 2004

Obr. 14 Ověření energeticko-probabilistických simulací metodou konečných prvků

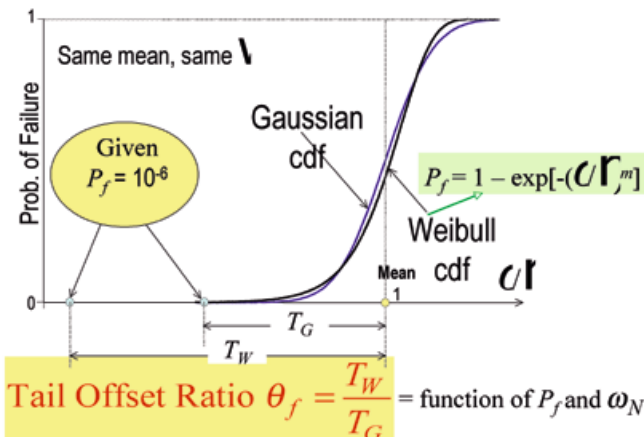
Obr. 14 Ověření energeticko-probabilistickými simulacemi metodou konečných prvků

Podobně i v případech sloupů viaduktu Hanshin v Kobe (obr. 10), zhroucených v důsledku porušení v tlaku za ohybu, nebo sloupů mostu v Los Angeles, rozdrčených při zemětřesení u Northridge, byly třmínky příliš slabé. Ale zároveň je jisté, že rozměrové efekty snížily únosnost těchto sloupů asi na polovinu, a že tyto efekty by bylo možno zcela eliminovat pouze nepřijatelně silnou ovinutou výztuží – objem oceli by musel činit asi 16 % celkového objemu sloupu.

Další katastrofou, která stojí za zmínku, bylo zhroucení předpjatého komůrkového nosníku mostu Koror-Babeldaob v Palau v roce 1996 (jeho rozpětí 241 m bylo světovým rekordem). Ačkoliv přesné informace dosud nejsou k dispozici, protože tento případ se stále soudně projednává, je téměř jisté, že bezprostřední příčinou zhroucení (obr. 11) bylo náhlé boulení horní desky (zpožděné vlivem dotvarování) způsobené přidáním vnějších předpínacích kabelů. Při vyboulení horní desky byla přes svislé stěny směrem ke spodní desce vyslána silná smykově-tahová vlna a vzniklé přídavné dynamické napětí způsobilo porušení v tlaku se smykem, které je vidět na obr. 11. Pro tak obrovský nosník o výšce 14,2 m rozměrový efekt nepochybně snížil jeho schopnost odolat této vlně.

#### PŘEHRADA MALPASSET A DALŠÍ KATASTROFY S ROZMĚROVÝM EFEKTEM PŘI INICIACI TRHLINY

Deterministický rozměrový efekt 1. typu,



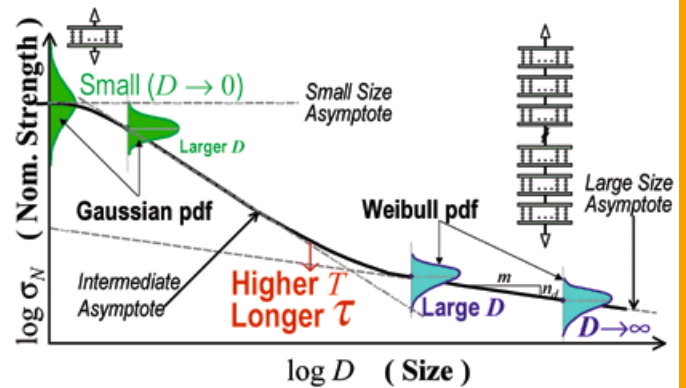
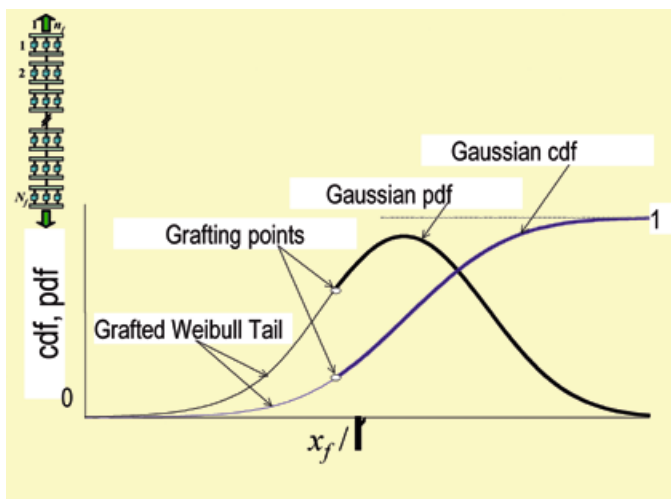
Obr. 15 Porovnání Gaussova a Weibullova rozdělení

Obr. 15 Porovnání Gaussova a Weibullova rozdělení

požitelný pro popis porušení při iniciaci makroskopické trhliny, přispěl ke zhroutil různých nevytuzených konstrukcí. Tento rozměrový efekt lze chápat jako limitní případ mechanismu uvolňování energie při nulové délce trhliny. Intuitivně jej lze chápat jako účinek přerozdělení napětí za ohybu způsobeného praskající vrstvou v okolí hranice. Tloušťka této vrstvy je pro beton zhruba dvojnásobkem velikosti největšího zrna kameniva a je nezávislá na výšce průřezu  $D$  (obr. 12). Pro velký nosník je tloušťka praskající vrstvy zanedbatelná ve srovnání s  $D$  a maximální napětí  $\sigma_N$ , které se porovnává s tahovou pevností

Obr. 17 Gaussovo rozdělení s napojeným weibullovským „ocasem“

Obr. 17 Gaussovo rozdělení s napojeným weibullovským „ocasem“



Obr. 16 Střední křivka rozměrového efektu pro porušení při iniciaci trhliny

Obr. 16 Střední křivka rozměrového efektu pro porušení při iniciaci trhliny

materiálu, je v podstatě maximální elastické napětí (obr. 12 vpravo). Pro malý nosník naopak praskající vrstva zabírá značnou část průřezu a s pevností materiálu je třeba porovnávat průměrné napětí  $\sigma_N$  v této vrstvě (obr. 12 vlevo), které bývá mnohem menší než maximální napětí vypočtené za předpokladu pružného chování, čímž je umožněno přenést mnohem větší ohybový moment.

Ukázkovým příkladem je protržení přehrady Malpasset ve francouzských Alpách v roce 1959 (obr. 13), po kterém voda smetla město Fréjus se všemi obyvateli. Není sporu o tom, že zhroutil této rekordně vysoké a rekordně tenké klenbové přehrady bylo způsobeno nepřipustně velkým posunem levého skalního boku, způsobeným pokluzem v břidlici. Jelikož takovému posunu není možno zcela zabránit, základní otázka při navrhování přehrad zní, jak velký je maximální přípustný posun. Přibližný vzorec pro rozměrový efekt 1. typu (obr. 4 vpravo) ukazuje, že ve světle našich současných znalostí o rozměrovém efektu by střední hodnota přípustného posunu byla asi šesti-

nou hodnoty považované za přípustnou podle konstruktérské praxe kolem roku 1950. Tehdy se pro určení tahové pevnosti betonu běžně používaly ohybové testy. Tahová pevnost redukovaná součinitelem spolehlivosti se pak porovnávala s maximálním tahovým napětím od posunu skalního boku, vypočteným podle teorie pružnosti.

Výše zmíněný závěr zahrnuje nejen deterministický (energetický) rozměrový efekt, ilustrovaný na obr. 4, ale také střední klasický statistický rozměrový efekt pro porušení při iniciaci trhliny. V kvalitativní rovině si jeho existence povšiml již Mariotte kolem roku 1650, na základě úvahy, že jestliže pevnost materiálu je náhodná veličina, minimální hodnota pevnosti na

Obr. 18 Upravené indexy spolehlivosti

Obr. 18 Upravené indexy spolehlivosti

### a) Cornell Index

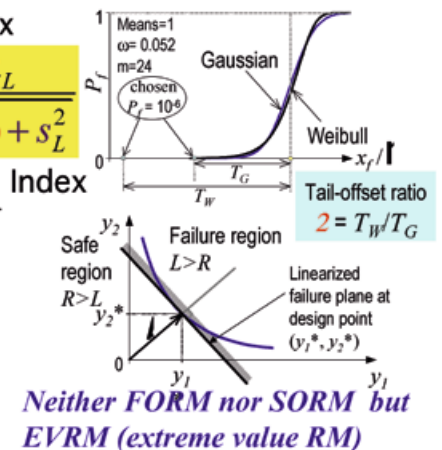
$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_L}{\sqrt{S_R^2 \theta^2(D) + S_L^2}}$$

### b) Hasofer-Lind Index

$$\beta = \min \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i'^2}$$

$$y_i' = \frac{y_i - \mu_{y_i}}{s_{y_i} \theta_i(D)}$$

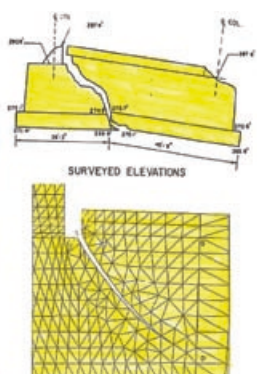
$$z_i = 1 \text{ for load} \\ \geq 1 \text{ for resistance}$$







Obr. 19 Most přes Schoharie Creek  
Obr. 19 Most přes Schoharie Creek



Obr. 21 Trosky Campanily v Benátkách  
Obr. 21 Trosky Campanily v Benátkách

celé konstrukci se snižuje s rostoucí velikostí konstrukce. Na matematický popis se čekalo téměř další tři století, dokud nebyla vyvinuta statistika nejslabšího článku (Fisher and Tippet 1928, Weibull 1939).

Weibullova teorie ukázala, že střední statistický rozměrový efekt je popsán mocninným zákonem  $\sigma_N^2 \propto D^{-n/m}$ , jehož grafem v logaritmickeém měřítku je přímka (obr. 4). Zde je  $n=2$  = počet směrů, ve kterých se rozměry konstrukce zvětšují úměrně parametru  $D$ , zatímco  $m$  je Weibullův modul materiálu, jehož hodnota pro beton je přibližně 24. Statistická část rozměrového efektu je zanedbatelná pro malé průřezy (do dvacetinásobku největšího zrna) a pro typická betonová zkušební tělíska. Ovšem pro velké tloušťky průřezu (např. 7 až 10 m v případě přehrady Malpasset), se může statistická část na celkovém rozměrovém efektu podílet až z poloviny.

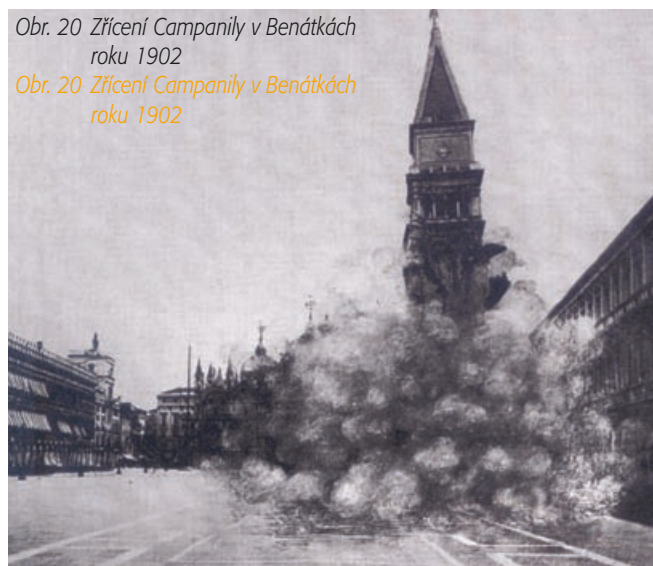
Pro lepší pochopení příčin neštěstí na

přehradě Malpasset byla na Northwestern University provedena simulace kombinovaného energeticko-statistického rozměrového efektu (1. typu, viz obr. 4 vpravo) pomocí stochastické MKP za předpokladu náhodného rozdělení pevnosti materiálu. Aby bylo možno objasnit rozměrový efekt, byly uvažovány přehrady zmenšené v různých poměrech (Bažant a kol. 2005). Výsledek každé ze stovek simulací je na obr. 14 zobrazen jedním bodem. Důležité je všimnout si toho, že střední hodnota nominální pevnosti pro přehradu skutečné velikosti i pro všechny zmenšené leží přímo na křivce sestrojené podle vzorce na obr. 4 vpravo. To znamená, že v praxi není třeba používat stochastickou analýzu MKP, což zjednodušuje aplikace při navrhování. Postačí kalibrovat parametry vzorce pro rozměrový efekt na obr. 4 vpravo. Přitom lze postupovat ve čtyřech krocích (Bažant a kol. 2005):

1) Nejprve je MKP vypočítán průběh napětí podle teorie pružnosti. Maximální napětí se pak položí rovno tahové pevnosti betonu, čímž se získá

Obr. 20 Zřícení Campanily v Benátkách roku 1902

Obr. 20 Zřícení Campanily v Benátkách roku 1902



- shear of beams without and with stirrups
- torsion of beams
- punching of slabs
- shear of deep beams
- bar splices and development length
- all failures due to compression crushing of concrete, as in
  - columns,
  - prestressed beams,
  - arches
  - bearing strength
  - strut-and-tie models
- failure of composite beams due to failure of connections
- precast concr. connections
  - grouted joints,
  - shear keys,
  - connectors,
  - toppings
- softening seismic failures
- delamination of bonded laminate retrofit
- flexure of plain concrete
- strength reduction factors for brittle failures
- load factors for self-weight

Obr. 22 Články normy vyžadující zahrnutí rozměrového efektu

Obr. 22 Články normy vyžadující zahrnutí rozměrového efektu

horizontální asymptota deterministického rozměrového efektu (obr. 4 vpravo a obr. 14).

- 2) Určí se několik bodů na deterministické křivce rozměrového efektu. Každý z nich je výsledkem výpočtu MKP na základě modelu pracujícího s pásem trhlin (crack band model) nebo jiného nelokálního modelu.
- 3) Z pole napětí získaného výpočtem podle pružnosti je vyhodnocen Weibullův pravděpodobnostní integrál, a tak je získán jeden bod na šikmé asymptotě. Tím je tato asymptota plně určena, protože její sklon  $\sigma_N/m$  je znám (obr. 14 nebo obr. 4 vpravo).
- 4) Z těchto výsledků lze snadno nalézt všechny parametry energeticko-statistického rozměrového efektu. Pevnost konstrukce, stejně jako pravděpodobnost porušení pro jakékoliv zatížení

nebo posun podpory, lze pak vypočítat z jednoduchých vzorců.

Uvedeným postupem se dospělo k závěru, že pokud se posun podpory považuje za přípustný při pravděpodobnosti poruchy  $10^{-7}$ , je přípustný posun této přehrady asi šestkrát menší než hodnota považovaná za přípustnou na úrovni znalostí z roku 1950 (zanedbnání rozměrového efektu, předpoklad Gaussova rozdělení).

K předchozím závěrům se dospělo na základě předpokladu, že návrh pracuje s tolerovanou pravděpodobností poruchy  $10^{-7}$ . V takovém případě je rozdíl mezi Weibullovou a Gaussovou distribuční funkcí velmi významný. Histogramy nezahrnující více než stovku pevnostních testů je často možné aproximovat stejně dobře Gaussovou i Weibullovou funkcí. Pro stejnou střední hodnotu a rozptyl je však bod s velmi malou pravděpodobností porušení pro Weibullovo rozdělení asi dvakrát dál od střední hodnoty než pro Gaussovo (neboli normální) rozdělení (obr. 15). To má významný dopad na závislost součinitelů spolehlivosti materiálu na velikosti konstrukce.

Obr. 15 ukazuje Gaussovu a Weibullovu distribuční funkci spolu se střední křivkou energeticko-statistického rozměrového efektu 1. typu. Pomocí statistického modelu se sériovým a paralelním zapojením prvků s náhodnou pevností (obr. 16 vpravo, obr. 17 vlevo) lze ukázat, jak se Gaussovo rozdělení únosnosti konstrukce platně převážně pro malé rozměry postupně transformuje na Weibullovo rozdělení platné pro velké rozměry. V přechodové oblasti může být distribuční funkce pro pevnost reprezentována složenou funkcí s weibullovským ocasem napojeným na gaussovské jádro. Spojovací bod se při vzrůstající velikosti konstrukce  $D$  posouvá směrem k vyššímu pravděpodobnostem (obr. 16). Toto kompozitní rozdělení (obr. 17) pak lze použít k určení vzdálenosti mezi střední hodnotou a bodem s pravděpodobností porušení  $10^{-7}$ , která je použita jako kritérium bezpečného návrhu. Obecně to znamená, že návrhová pevnost vyžaduje pro velké kvazikřehké konstrukce mnohem větší bezpečnostní rezervu než pro malé.

Při formulaci návrhových norem na základě spolehlivostní metody 1. řádu (first-order reliability method, FORM) je široce používán Cornellův index spo-

lehlivosti  $\beta$ . Je však třeba si uvědomit, že tento index je vhodný jen pro porušení plastického typu, pro které je rozdělení pevnosti konstrukce nevyhnutelně Gaussovo (v důsledku centrální limitní věty teorie pravděpodobnosti). Pro beton a ostatní kvazikřehké materiály je třeba tento index opravit o vliv rozměrového efektu na typ rozdělení únosnosti (kalibrovaný na základě sériově-paralelního modelu na obr. 16 vpravo). Podobná revize je nezbytná pro zdokonalený Hasoferův-Lindův index (obr. 18 dole).

Energeticko-statistický rozměrový efekt 1. typu určitě přispěl k řadě dalších katastrof. Jednou z prvních bylo porušení přehrady St. Francis – tížné přehrady s klenbovým účinkem nad Los Angeles, která měla ve své době rekordní výšku. Příčinou zhroutení v roce 1928 byl opět posun levého skalního boku. Z oblasti mostního inženýrství lze uvést zřícení mostu přes Schoharie Creek na dálnici ve státu New York v roce 1987, způsobené ohybovým lomem nevyztuženého základového soklu hlubokého asi 6 m (obr. 19), který byl nucen fungovat jako konzola, protože při záplavách došlo ke značnému podemletí.

Bylo by možné uvést i další katastrofy, ve kterých rozměrový efekt nutně hrál významnou roli. Zajímavým případem je třeba zhroutení historických evropských zděných věží po 500 až 700 letech poklidné existence, např. Campanily na náměstí sv. Marka v Benátkách roku 1902 (obr. 20 a 21), věže kostela sv. Magdaleny v Gochu roku 1993 nebo obecní věže v Pavii roku 1989. Prvotní příčinou bylo postupné přesouvání svislého napětí v masivních stěnách těchto věží z měkkého výplňového zdíva v oblasti jádra do tuhého obkladu z cihel nebo kamene, vlivem mnohem vyššího smršťování a dotvarování jádra. Tento přesun probíhal po staletí, protože tloušťka stěn byla kolem 3 m a počasí difúze vlhkosti (vedoucí ke smršťování) je úměrný čtverci tloušťky. Přetížený obklad se buď odchlípl a vybouřil, nebo praskl v tlaku. V obou případech významně přispěl rozměrový efekt, který snížil pevnost obkladu ve srovnání s pevností malých vzorků.

#### ZÁVĚREČNÁ POZNÁMKA

Teorie energetického a energeticko-statistického rozměrového efektu, které byly formulovány během posledních dvaceti

#### Literatura:

- [1] Ang A. H.-S., Tang W. H.: Probability concepts in engineering planning and design. Vol II. Decision, risk and reliability. John Wiley, New York, 1984
- [2] Barenblatt G. I.: The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypothesis, axially symmetric cracks. Prikl. Mat. Mekh. 1959, 23, 434–444
- [3] Bažant Z. P.: Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal. J. of Engng. Mechanics, ASCE, 110, 1984, 518–535
- [4] Bažant Z. P.: Scaling of structural strength. Hermes-Penton, London, 2002
- [5] Bažant Z. P.: Concrete fracture models: Testing and practice. Engineering Fracture Mechanics 69, 2002, 165–206

let, vyzývají k podstatné reformě norem pro navrhování betonových konstrukcí. Na obr. 22 je uvedena řada článků norem a bezpečnostních předpisů, které tím budou ovlivněny. K reformě dojde, ale zda k ní dojde za padesát nebo za deset let, bude záviset nejen na dalším výzkumu a výuce, ale také na mechanické analýze dobře dokumentovaných kolapsů velkých konstrukcí.

Jelikož konstrukce mimořádně velkých rozměrů nemohou být testovány až do porušení, budou hrát klíčovou roli analytické postupy s využitím moderních metod kvazikřehké lomové mechaniky a statistiky extrémních hodnot napětí. Vedle změn deterministických návrhových vzorců bude třeba rozvinout použití statistické mechaniky při určování součinitelů spolehlivosti.

*Poděkování: Autor děkuje za částečnou finanční podporu z grantu uděleného ministerstvem dopravy USA (Department of Transportation) ústavu Infrastructure Technology Institute na Northwestern University.*

Prof. Zdeněk P. Bažant  
Northwestern University  
2145 Sheridan Road, CEE, Evanston,  
Illinois 60208, USA  
e-mail: z-bazant@northwestern.edu,  
www.northwestern.edu



## VÁŽENÍ ČTENÁŘI,

v minulém čísle časopisu nedopatřením vypadla za článkem pana profesora Z. P. Bažanta „Rozměrový efekt (size effect), jeho podíl na případech katastrofického zhroutení konstrukcí a důsledky pro návrhové normy“ část seznamu použité literatury. Za tuto chybu se omlouváme vám, autorovi článku i všem citovaným autorům a seznamu přikládáme dodatečně.

Za redakci Jana Margoldová

Literatura k článku Z. P. Bažanta „Rozměrový efekt (size effect), jeho podíl na případech katastrofického zhroutení konstrukcí a důsledky pro návrhové normy“, BETON TKS 2/2006, str. 42–49:

- [1] Bažant Z. P. (2004): „Scaling theory for quasibrittle structural failure.“ Proc., National Academy of Sciences 101 (37), 13400–13407
- [2] Bažant Z. P. and Novák D. (2000a): „Probabilistic non-local theory for quasibrittle fracture initiation and size effect. I. Theory, II and Application.“ J. of Engrg. Mech. ASCE 126 (2), 164–174 and 175–185
- [3] Bažant Z. P. and Pang S.-D. (2006): „Mechanics based statistics of failure risk of quasibrittle structures and size effect on safety factors.“ Proc. of the National Academy of Sciences 103, in press
- [4] Bažant Z. P., and Planas, J. (1998): Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. CRC Press, Boca Raton and London
- [5] Bažant Z. P., Vořechovský M. and Novák D. (2005): „Asymptotic Prediction of Energetic-Statistical Size Effect from Deterministic Finite Element Solutions.“ J. of Engrg. Mech. ASCE, in press
- [6] Novák D., Bažant Z. P., Vořechovský M. (2003): „Computational modeling of statistical size effect in quasibrittle structures.“ Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (Proc., 9th Int. Conf., ICASP-9, held in San Francisco), A. Der Kiureghian et al., eds., Millpress, Rotterdam, 621–628
- [7] Bažant Z. P. and Yu Q. (2005): „Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups, I. Formulation, II. Verification and Calibration“, J. of Structural Engineering ASCE 131 (12), 1877–1885 and 1877–1885
- [8] Bažant Z. P. and Yu Q. (2006): „Reliability, brittleness and fringe formulas in concrete design codes“, J. of Structural Engrg. ASCE 132 (1), 3–12
- [9] Swenson D. V. and Ingraffea A. R. (1991): „The collapse of the Schoharie Creek bridge: A case study in concrete fracture mechanics.“ Int. J. Fracture, { 51(1), 73–92
- [10] Jacobsen and Rosendahl (1994): „Sleipner Platform“, Structural Engineering International (IABSE) No. 3, 190–193
- [11] Melchers R. E. (1987): Structural Reliability, Analysis & Prediction. Wiley, New York